

課税と中古市場

小橋晶

京都市上京区今出川通烏丸東入ル

同志社大学経済学部

akobashi@mail.doshisha.ac.jp

2007/4

なお本稿の執筆にあたっては、平成17年度私立大学等経常費補助金特別補助高度化推進特別経費大学院重点特別経費（研究科分）の助成を受けました。

1 はじめに

通常の市場では、消費税のような従価課税の税率の引き上げは、均衡生産量、総余剰の現象をもたらす。しかし、中古市場が同時に存在するような耐久財市場ではそうとは限らないことを本稿で明らかにする。

Anderson and Ginsburgh(1994) は、中古市場が耐久財独占企業にとって望ましい存在であるかどうかを分析した。その中で、パラメーターの値によってどちらのケースも存在し¹、中古財の取引にともなう費用をコントロールすることによって中古市場を機能させる、もしくは停止させる動機をもつことを明らかにした。しかし、社会的観点からの分析は行われていない。そこで本稿では、政府による課税も同様に中古財の流通量に影響を与えることを示し、社会的観点から望ましい政策を検討する。

第2節でモデルを提示し、中古市場で売買しない消費者（新品を購入して最後まで使用し続ける消費者）が存在するかどうかについて、Anderson and Ginsburgh(1994) と同様の結果が従価課税によっても起こることを示す。第3節では、独占企業の利潤最大化問題を検討し、税率が企業の選択する生産量に与える影響を明らかにする。そこでは、中古財で取引が行われている限り、税率の上昇は生産量の増加をもたらすことが示される。第4節において、社会的観点から検討するために総余剰の計算を行う。税率がゼロの場合には総余剰は最大化されず正の税率の時に最大化されることが示される。第5節において結論をのべる。

2 税率と消費者行動

期間は無限期までを考える。独占企業は、その中の2期間にわたって使用可能で、3期目には完全に価値を失うような耐久財を生産し利潤を得る。第1期の品質を1、第2期のそれを w とするが、 $1 > w$ と品質は低下する。多くの耐久財のモデルで設定されるように、消費者は一単位の財のみを需要し、消費者のその財に対する選好を θ で表す。消費者が財を購入し2期間使用することによって得られる余剰を

$$u = \theta + \theta w - p$$

と表す。ここで p は価格を表し、割引因子は1、 $\theta \in [0, 1]$ とする。高い θ の消費者ほど選好が強いタイプであることを表す。初期において企業は各期の生産量を一定の y に決定する²。財を取引する際には従価課税が行われ、税率 t は、現実的な範囲として税率は100%までとする ($0 \leq t \leq 1$)。消費者は2期間ごとに財を購入し効用を得ることも可能であるが、中古市場が存在し、每期新品を購入し古くなった財を中古市場で売却、または每期中古品を購入することもできる。2期間ごとに新品を購入することも可能である。

¹Hendel and Lizzeri(1999) では、企業が財の品質を決定できる場合には中古市場は必ず望ましいとしている。

²Bond and Smuelson(1987) で示されているように、財が劣化する場合、コースの時間非整合性の問題は起こらない。よって、将来の生産量にコミットできるかどうかは問題とならない。また、コミットできたとしても、2期間モデルによる分析であれば、利潤を最大にする生産量は、第1期と第2期とは異なる。しかし、本稿のような無限期間にわたるモデルの場合、Hendel and Lizzeri(1999) で分析されているように、我々の関心は定常状態における生産量である。

つまり消費者は、毎期新品を購入する層、2 期間ごとに新品を購入する層、毎期中古品を購入する層の 3 つにわけられる。低品質の中古財を購入し消費する場合と、全く購入しない場合が無差別になるような消費者を θ_3 、低品質の中古財と高品質の中古財を購入し消費する場合が無差別になるような消費者を θ_2 、新品と高品質の中古財を購入し消費する場合が無差別になるような消費者を θ_1 とする。

p^U を中古価格とすると、

$$\theta_3 w - (1+t)p^U \geq 0 \quad (1)$$

を満たす消費者は中古品を購入する。よって、中古品を購入する消費者のタイプの境界は、

$$\theta_3 = \frac{(1+t)p^U}{w} \quad (2)$$

となる。中古品を購入するのではなく、2 期間ごとに新品を購入する消費者のタイプは、

$$\theta(1+w) - (1+t)p \geq 2(\theta w - (1+t)p^U) \quad (3)$$

を満たす。両辺とも今期と来期の余剰の和であるが、左辺は今期に新品を購入し来期も使用し続けた場合、右辺は今期、来期ともに中古財を購入した場合の余剰を表している。よって、

$$\theta_2 = \frac{(1+t)(p - 2p^U)}{1-w} \quad (4)$$

を得る。2 期間ごとに新品を購入するのではなく、毎期新品を購入する消費者のタイプは、

$$2(\theta - (1+t)p + p^U) \geq \theta(1+w) - (1+t)p \quad (5)$$

を満たす。左辺は今期、来期ともに新品を購入した場合の余剰だが、 $2p^U$ は 1 期後と 2 期後に中古市場で売却したときの利益を表している。右辺は今期に新品を購入し来期も使用し続けた場合の余剰である。よって、

$$\theta_1 = \frac{(1+t)p - 2p^U}{1-w} \quad (6)$$

となる。ここで、 $\theta_1 - \theta_2 = 2tp^U/(1-w)$ である。つまり、税率がゼロの場合は $\theta_1 = \theta_2$ となり、2 期間ごとに新品を購入する消費者は存在しない。逆に言えば、 $t > 0$ である限り 2 期間ごとに購入する消費者が必ず存在する。

命題 1

全ての取引に一定の従価課税をする場合、2 期間ごとに新品を購入する消費者が存在する

この命題は、Anderson and Ginsburgh(1994) が明らかにした、「中古市場における取引費用がゼロの場合は 2 期間ごとに購入する層は存在しない」という命題 1 に相当する。しかし、中古財に課税されるということ自体は、取引費用が存在するということと同じ意味を持つわけではない。全ての財の取引に一定の従価課税をする場合、中古市場で売買しない消費者が支払う税額は tp であるのに比べ、新品を毎期購入する消費者と中古品を毎期購入する消費者が支払う税額の合計は $t(p + p^U)$ と多くなる。つまり、耐久財をある時点

で売却するならば、それ以降の所有していない期間の耐久財が生みだすサービスの消費にまで課税されていることになる。例えば、財を中古市場で売却したとき、売却益に応じて税 tp^U が還付されるとしよう。すると、(5) 式は、

$$2(\theta - (1+t)p + p^U + tp^U) \geq \theta(1+w) - (1+t)p$$

と書き換えられる。この時、每期新品を購入する境界のタイプは、税率 t に関わらず θ_2 に一致する。

3 税率と利潤最大化

新品を每期購入する消費者の人口を y_1 、2 期間ごとに購入する消費者の人口を y_2 とおく。毎期中古品を購入する消費者の人口は、中古市場が均衡している限り y_1 である。また、2 期間に一度しか購入しない消費者は、 $1/2$ がある k 期に、残りの $1/2$ が $k+1$ 期に購入すると仮定する。命題 1 で確認したように、 $t > 0$ ならば $y_2 > 0$ が成り立つ。 y_1 に関しては $t = 0$ のときは必ず正だが、 $t > 0$ のならば負となる可能性もある。ここではまず正としよう。

分布関数を $F(\theta)$ とおくと、 θ_1 より選好の強い消費者の人口は $1 - F(\theta)$ で与えられる。同様に θ_2 以上、 θ_1 以下の消費者の人口は $F(\theta_1) - F(\theta_2)$ 、 θ_3 以上、 θ_2 以下の消費者の人口は $F(\theta_2) - F(\theta_3)$ である。ここで次の仮定をおく。

仮定 1 θ は密度 1 の一様分布にしたがう。

この仮定のもとでは $F(\theta) = \int_0^\theta ds = \theta$ となるので、 $y_1 = 1 - \theta_1$ 、 $y_2 = \theta_1 - \theta_2$ 、 $y_1 = \theta_2 - \theta_3$ と求められる。これらより、境界のタイプはそれぞれ、 $\theta_1 = 1 - y_1$ 、 $\theta_2 = 1 - y_1 - y_2$ 、 $\theta_3 = 1 - 2y_1 - y_2$ と簡素な形で表現できる。

(1)、(3)、(5) 式に代入すると、消費者が支払ってもよいと考える価格と y_1 、 y_2 の関係が求められる。ただし、簡単化のため $\delta = 1$ とおく。中古価格は (1) 式より、

$$p^U = \frac{(1 - 2y_1 - y_2)w}{1+t} \quad (7)$$

と求められる。新品価格は、(3) 式からは、

$$p = \frac{(1 - y_1 - y_2)(1 - w) + 2(1+t)p^U}{1+t} \quad (8)$$

と求められ、(5) 式からは

$$p = \frac{(1 - y_1)(1 - w) + 2p^U}{1+t} \quad (9)$$

と求められる。新品価格は等しくなければならないので、(8) 式と (9) 式より中古価格は $p^U = (1 - w)y_2/2t$ と求められる。さらにこれを (7) 式に代入すると、

$$y_2 = \frac{2tw(1 - 2y_1)}{(1 - w)(1 + t) + 2tw} \quad (10)$$

という y_1 と y_2 の関係が求められる。

2 期間に一度しか購入しない消費者のうち、 $1/2$ がある k 期に、残りの $1/2$ が $k+1$ 期に購入すると仮定しているのである期に新品を購入する消費者の合計は、 $y_1 + y_2/2$ となる。よって、新品の需給が均衡する条件は $y = y_1 + y_2/2$ と書ける。(10) 式を代入すると、

$$y_1 = \frac{((1-w)(1+t) + 2tw)y - tw}{(1-w)(1+t)} \quad (11)$$

となり、 y_1 を生産量 y で表現できる。(11) 式を (10) に代入すると、

$$y_2 = \frac{2tw(1-2y)}{(1-w)(1+t)} \quad (12)$$

が得られ、 y_2 と y の関係が求められる。ここで、(11) 式より次の補題を得る。

補題 1 $\bar{y} = tw/[(1-w)(1+t) + 2tw]$ とおくと、 $y > \bar{y}$ ならば $y_1 > 0$ 、 $y \leq \bar{y}$ ならば $y_1 \leq 0$

これは、税率 t が正で生産量が十分小さいならば、新品を每期購入する消費者は存在しなくなることを意味する。企業の利潤を最大化する生産量を求めるには、生産量 y が小さく $y_1 = 0$ となる場合と、生産量が大きく $y_1 > 0$ となる場合にわけの必要がある。利潤最大化の結果 $y_1 = 0$ となるケースは補論で明らかにするように、税率が十分に高い場合に起こるが、以下では、企業の利潤最大化の結果、中古市場で財が流通する ($y_1 > 0$) ような状況に限定し分析する。

中古価格は、(11) 式と (12) 式を (7) 式に代入することによって、

$$p^U = \frac{w(1-2y)}{1+t}$$

と求められる。新品価格は、(11) 式を (9) 式に代入し、さらに今もとめた中古価格 p^U を用いて、

$$p = \frac{(1+t+w) - (1+3w+(1+w)t)y}{(1+t)^2} \quad (13)$$

と書くことができる。簡単化のため生産費用をゼロと仮定する。ある期の利潤は

$$\pi = \frac{(1+t+w)y - (1+3w+(1+w)t)y^2}{(1+t)^2}$$

と表現できる。利潤最大化の 1 階の条件より、独占企業の選択する生産量は

$$y^* = \frac{1+t+w}{2(1+3w+(1+w)t)} \quad (14)$$

となる。

命題 2

中古財が取引されているとき、新品、中古品の取引に一定の税率 t で従価課税は独占企業の生産量を増加させる。

証明

(14) 式を税率 t で偏微分すると、

$$\frac{\partial y^*}{\partial t} = \frac{w - w^2}{2(1 + 3w + (3 + w)t)^2}$$

である。 $w < 1$ より $w - w^2 > 0$ であるから右辺は正である。終

通常、税率が上昇するにしたがって生産量は減少する³。しかし、本分析のように中古市場を考慮した場合、逆に利潤を最大にする生産量が増加することがわかった。これは次のような理由による。税率が上昇するにしたがって、消費者は每期新品を購入するよりも2期間ごとに購入したほうが相対的に有利になるため、境界の選好を持つ消費者から2期間ごとに購入しようとする。このような消費者に每期購入させるためには生産量を増加して価格を下げるためである。さらに十分に高い税率になると、每期購入する消費者ゼロとなる水準の生産量を選択する。このとき中古財の供給はなくなるので、全ての消費者は2期間ごとに新品を購入する。このとき、補論で述べるように生産量は1/4に減少し、この水準以上の税率では企業の選択する生産量に影響を与えない。

y^* を利潤の式に代入すると、最大化された利潤は、

$$\pi^* = \frac{(1 + t + w)^2}{4(1 + t)^2(1 + t + (3 + t)w)} \quad (15)$$

となる。税率 t で偏微分すると、

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} = -\frac{(1 + t + w)(1 + 4w + 7w^2 + (2 + 5w + 3w^2)t + (1 + w)^2 t^2)}{4(1 + t)^3(1 + t + (3 + t)w)} < 0$$

となるので、利潤は税率の上昇にともなって減少する。

4 総余剰と税率

企業の利潤最大化のもとでの総余剰を求め、税率 t との関係を分析する。1期間あたりの消費者余剰は、

$$CS = \int_{\theta_1}^1 (\theta - p(1 + t) + p^u) d\theta + \frac{1}{2} \int_{\theta_2}^{\theta_1} ((1 + w)\theta - p(1 + t)) d\theta + \int_{\theta_3}^{\theta_2} (\theta w - (1 + t)p^u) d\theta$$

である。第2項の括弧内は2期間の消費者余剰であるから、1/2を乗じている。 $\theta_1 = 1 - y_1$ 、 $\theta_2 = 1 - y_1 - y_2$ 、 $\theta_3 = 1 - 2y_1 - y_2$ を代入すると、

$$CS = \int_{1-y_1}^1 \theta d\theta + \frac{1}{2} \int_{1-y_1-y_2}^{1-y_1} (1+w)\theta d\theta + \int_{1-2y_1-y_2}^{1-y_1-y_2} \theta w d\theta - p(y_1 + \frac{y_2}{2}) - t(py_1 + p\frac{y_2}{2} + p^U y_1)$$

となる。総余剰は、消費者余剰に企業の利潤、税収を加えたものである。利潤は $py = p(y_1 + y_2/2)$ 、税収は $t(py + p^U y_1) = t(py_1 + py_2/2 + p^U y_1)$ と求められる。よって、消費

³ただし、生産費用がゼロの場合、通常の独占企業の生産量は税率の上昇にともなって拡大しない。生産費用が正である場合の条件は補論を参照。

者余剰の第 3 項と第 4 項が利潤と税収にあたるので、総余剰は、

$$TS = \int_{1-y_1}^1 \theta d\theta + \frac{1}{2} \int_{1-y_1-y_2}^{1-y_1} (1+w)\theta d\theta + \int_{1-2y_1-y_2}^{1-y_1-y_2} \theta w d\theta$$

となる。次に、独占企業が利潤最大化している場合の y_1 と y_2 を求めなければならない。
(14) 式を (11)、(12) 式にそれぞれ代入し、 y_1^* 、 y_2^* を求める。

$$y_1^* = \frac{1 - w^2 + t(2 - w - 5w^2) + t^2(1 - w - 2w^2)}{2(1+w)(1-w)(1+t+(3+t)w)}$$

$$y_2^* = \frac{2t(2+t)w^2}{2(1+w)(1-w)(1+t+(3+t)w)}$$

これらを総余剰の式に代入すると、

$$TS^* = \frac{A}{8(1+t)^2(1-w)(1+3+(3+t)w)^2}$$

を得る。ただし、

$$\begin{aligned} A = & 3(1+w)^2(1+2w-3w^2) + 2t(6+19w+5w^2-19w^3+11w^4) + t^2(18+42w+w^2+33w^4) \\ & + 2t^3(6+9w-2w^2-11w^3-10w^4) + t^4(4+2w-w^2-4w^3-4w^4) \end{aligned}$$

である。税率と総余剰には次のような関係がある。

命題 3

総余剰が最大化される正の税率が存在する。

証明

TS^* の t による偏微分を求める。

$$\frac{\partial TS^*}{\partial t} = \frac{B}{4(1+t)^3(1-w)(1+t+(3+t)w)^3}$$

ただし、

$$\begin{aligned} B = & w((-1+w)^2(1+4w+3w^2) + t(4+5w-11w^2-25w^3-37w^4) + t^2(6+3w-9w^2-39w^3-57w^4) \\ & + t^3(4-w-w^2-19w^3-31w^4) + t^4(1-w+w^2-3w^3-6w^4)) \end{aligned}$$

これを $t=0$ で評価すると、

$$\left. \frac{\partial TS^*}{\partial t} \right|_{t=0} = \frac{w-w^3}{4(1+3w)^2}$$

と正である。終

税率の上昇は、一面では生産量を増加させるので総余剰の増加に寄与する。一方、税率の上昇によって 2 期間ごとに購入する消費者が発生（増加）するが、これは非効率を産み、総余剰を減少させる効果を持つ。税率がゼロならば、命題 1 のとおり消費者は新品を每期購入するタイプと中古品を每期購入するタイプにわけられる。これは消費者が余剰を最大

にすべく行動した結果であり、どの消費者も2期間ごとに購入するという選択肢がありながら每期新品、もしくは毎期中古を購入している。逆に言えば、2期間ごとに購入するという選択はどの消費者にとっても余剰を減少させる選択であり、総余剰の観点からも望ましくない。生産量が一定ならば、税率の上昇は消費者の非効率な行動を誘い、総余剰を減少させる。税率がゼロに近いなどの低い水準では前者の効果のほうが大きい、高い水準になるにつれ後者の効果が大きくなる。

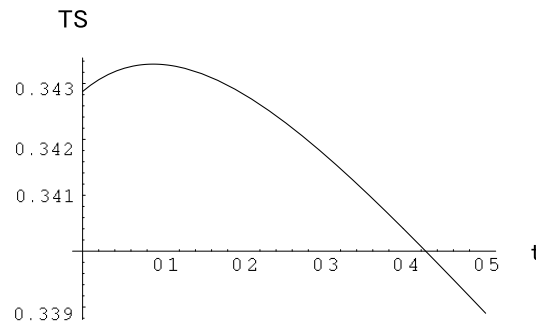


図 1: 総余剰と税率 ($w = 0.6$)

5 結論

本稿では、中古市場をとまなうような耐久財独占市場では、企業の利潤を最大にする生産量は税率の上昇とともに増加し、社会的観点から望ましい税率はゼロではなくある正の値であることを示した。しかし、本稿では財の品質は外正的に与えられている。今後の課題として、企業が品質を選択できる場合にどのような税率が望ましいのかなどの分析も必要であると考えられる。

6 補論

・ $y_1 = 0$ の場合

企業の利潤を最大にする生産量を求めるためには、 $y_1 = 0$ と $y_1 > 0$ それぞれの制約のもとでの利潤最大化問題を解き、両者を比較しなければならない。以下では、 $y_1 = 0$ の制約のもとでの利潤を最大にする生産量、利潤を求める。

補題 1 でみたように y_1 の符号は y の大きさに依存するが、まず基準として、消費者が每期財を購入することが禁止されているような場合、つまり生産量 y の大きさに関わらず $y_1 = 0$ が保証されているときの最適な生産量と利潤を求める。

$y_1 = 0$ となるので、1 期間あたりの生産量 y は $y_2/2$ に等しい。つまり y_2 は 2 期間の生産量の合計となる。 $\theta = 1 - y_2$ のタイプの消費者が財を購入する条件は、 $(1 - y_2)(1 + w) - (1 + t)p \geq 0$ であるから、 $p = (1 - y_2)(1 + w)/(1 + t)$ となる。2 期間にわたる利潤の合計は $\pi = (1 - y_2)(1 + w)y_2/(1 + t)$ であるから、1 階の条件より利潤を最大化する生産量は

t にかかわらず $1/2$ であり、この時の利潤は $(1+w)/(4(1+t))$ となる。よって、1 期間あたりの値に直すと次の補題を得る。

補題 2 $y_1 = 0$ が外生的に与えられるとき、最適な生産量は $y = 1/4$ 、この時の利潤は、

$$\pi^* = (1+w)/(8(1+t)) \quad (16)$$

だが実際は、每期財を購入することが禁止されているわけではないので、生産量を $1/4$ としたときに、中古市場で財が流通する ($y_1 > 0$) かどうかはわからない。 y_1 が非正であるためには、(11) 式より生産量 y は、

$$y \leq \frac{tw}{(1-w)(1+t) + 2tw}$$

の範囲になくなくてはならない。図には $y = tw/((1-w)(1+t) + 2tw)$ が右上がりの曲線として描かれている。この曲線より下の領域では $y_1 = 0$ となるが、上の領域では y_1 は正となる。

$y = tw/((1-w)(1+t) + 2tw)$ と $y = 1/4$ が等しくなる税率は、 $t = (1-w)/(3w-1)$ と求められる。よって、税率が $t \geq (1-w)/(3w-1)$ を満たすほど十分に高いならば、生産量を $y = 1/4$ としても $y_1 \leq 0$ となり、補題 2 の状況と同じ利潤を得ることができる。しかし、税率が $t < (1-w)/(3w-1)$ のときに $y = 1/4$ とすると、 $y_1 > 0$ となってしまうので、 $y_1 = 0$ の制約を満たすには生産量を $y = tw/((1-w)(1+t) + 2tw)$ としなければならない。

図には生産量を $y = 1/4$ としたときの利潤 $\pi^*(y = 1/4)$ と、 $y = tw/((1-w)(1+t) + 2tw)$ とした時の利潤 $\pi(y_1 = 0)$ が描かれている。当然、2 つの利潤を表す曲線は $t = (1-w)/(3w-1)$ で接している。また、ここでは税率 t の上限を 1 としているので、 $(1-w)/(3w-1) > 1$ が成り立つ場合、つまり $w < 1/2$ のときは、生産量を $y = 1/4$ とすると必ず $y_1 > 0$ となる。

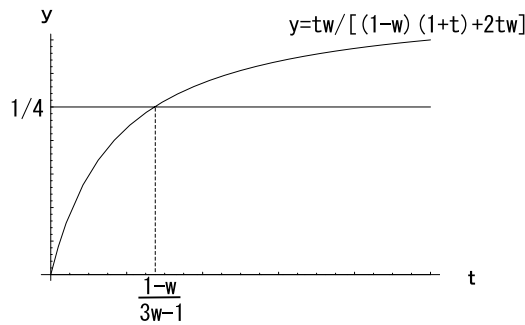


図 2: 税率と生産量 ($y_1 = 0$)

次に、(15) 式の利潤と、(16) 式の利潤を比較しよう。図 3 にはこの 2 つの利潤曲線が描

かれているが、交差するのは税率が

$$\bar{t} = \frac{-2w^2 - w + 1 + w\sqrt{3w^2 + 2w - 1}}{w^2 + 2w - 1} \quad (17)$$

のときである。税率がこの水準よりも大きくなると、補題の状況での利潤（生産量は $y = 1/4$ ）のほうが大きくなる。しかし、中古市場が存在する場合には、この水準の税率、生産量で $y_1 = 0$ となるかどうかはわからない。 $t = (1 - w)/(3w - 1)$ よりも (17) 式の税率 $\bar{t}$ のほうが大きいならば、企業が $y = 1/4$ を選択するのは税率が $\bar{t}$ 以上の時であると判断できる。逆の場合は図の $\pi(y_1 = 0)$ が最大の利潤となる領域が生じることになる。 $\bar{t} \geq (1 - w)/(3w - 1)$ となる条件を求める。税率が $t < 1$ のときに解が $y_1 = 0$ となり得るのは $w \geq 1/2$ のときのみである事に注意すると、条件は

$$(w - 1)^2(w - \sqrt{2} - 1)(w + \sqrt{2} + 1) \geq 0$$

となる。 $(\sqrt{2} - 1 \approx 0.414 \leq w \leq 1)$ の範囲では正であるから、 $0.5 \leq w < 1$ のときは必ずこの条件式は成立し、企業は $\bar{t}$ 以下の税率では (14) 式の実産量、 $\bar{t}$ 以上のときは $y = 1/4$ を選択することがわかる。

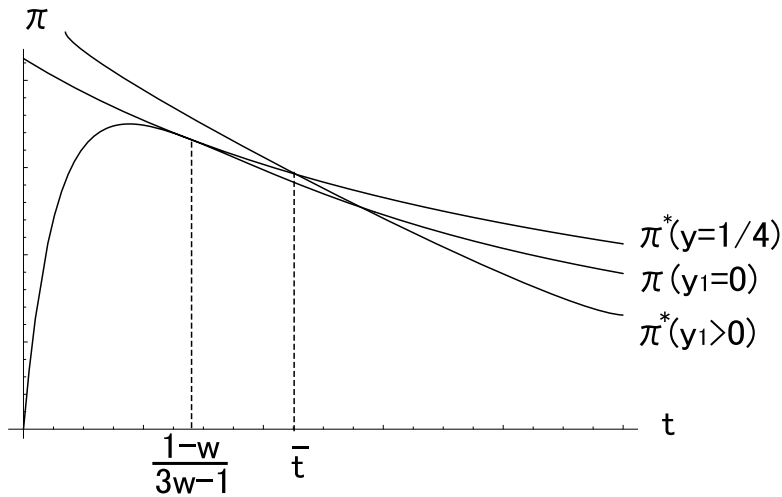


図 3: 税率と利潤

参考文献

- [1] Anderson, S. and V.A., Ginsburgh,(1994) "Price discrimination via second-hand markets," *European Economic Review*, Vol.38, pp.23-44.
- [2] Bond, E.W. and L., Samuelson,(1987) "The Coase Conjecture Need Not Hold for Durable Good Monopolies with Dpreciation," *The Economic Letters*, Vol.24, pp.93-97.
- [3] Bulow, J.,(1986) "An Economic Theory of Planned Obsolescence," *Quarterly Journal of Economics*, Vol.101, pp.729-749.
- [4] Coase,R.H.,(1972) "Durability and Monopoly," *Journal of Law and Economics*, Vol.XV, pp.143-149.
- [5] Hendel, I. and A., Lizzeri,(1999) "Interfering with secondary markets," *Rand Journal of Economics*, Vol.30, pp.1-21.
- [6] Waldman,M., (1997) "Eliminating the Market for Secondhand Goods:An Alternative Explanation for Leasing," *Journal of Law and Economics*, Vol.40, pp.61-92.