Shapiro & Stiglitz の No-Shirking Condition

に関するノート

河合 宣孝

Shapiro & Stiglitz の“No-Shirking Condition” に関するノート*

はじめに

Fuente では，Shapiro & Stiglitz の No-Shirking Condition が怠業の有無にかかわらず就業者あるいは失業者の期待効用の現在価値を最大にする，動的計画法のベルマン方程式を用いて導出されている。しかし，Bénassy では，怠業する就業者が怠業しないで得られる期待効用と怠業が見つかれば失業する期待効用の，それぞれの現在価値を勘案して行動するとして，No-Shirking Condition が導出されている。その際，怠業する就業者が離職する場合が考慮されていない。

そこで，本ノートの目的は，Bénassy のモデルに怠業する就業者が離職する場合を考慮して，No-Shirking Condition を一般化することである。また，効用関数を 1 次関数に特定化して，Shapiro & Stiglitz の No-Shirking Condition との類似性を検討する。

1. 静学モデル

就業者が怠業していないか, 怠業しているかによって効用関数U を次のように仮定する。怠業しない就業者の効用関数は,

$$U = U(w) - e \tag{1}$$

とする。怠業している就業者の効用関数は,

$$U = U(w) \tag{2}$$

とする。ただし， w は賃金所得， e は努力水準を表わす。

つぎに，就業者が怠業していて，それが発見されれば直ちに解雇となり，発見されなければそのまま雇用され続けるか, あるいは離職する期待効用は, 怠業が発見される確率を q , 離職率を b とすれば,

$$(1-q)(1-b)U(w) + (1-q)bU(w_r) + qU(w_u) \tag{3}$$

と表わされる。ただし， w_u は失業補償を表わす。

したがって，就業者を怠業させないためには，つぎのような条件が満たされなければならない。

$$U(w) - e \geq (1-q)(1-b)U(w) + [(1-q)b + q]U(w_u) \tag{4}$$

ここで,

$$U(\overline{w}) = U(w_u) + e \qquad (5)^{1)}$$

を考慮すれば，No-Shirking Condition は

$$U(w) - U(\overline{w}) \geq \frac{(1-x)}{x}e \tag{6}$$

となる。ただし，

$$x = (1-q)b + q \tag{7}$$

である。

ただし，

$$1 - x = 1 - [(1-q)b + q] = (1-q)(1-b) > 0 \tag{8}$$

が成り立つ。

そこで，(7)式で $b = 0$ とおけば，Bénassy の静学モデルの No-Shirking Condition と一致する。

2. 動学モデル

2.1 怠業のない場合

t 時点の就業者の期待効用の現在価値 V_t は，つぎのように表わされるとする。

$$V_t = E\left(\sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} U_\tau\right) \tag{9}$$

ただし，U_τ は τ 時点の就業者の効用を表わす。

人は就業しているか, 失業しているかのいずれかであるとする。τ 時点で就業していれば, そのときの効用関数は,

$$U_\tau = U(w_\tau) - e \tag{10}$$

であり，失業していれば,

$$U_\tau = U(w_r) \tag{11}$$

とする。

t 時点で就業していても $t+1$ 時点で離職するか否かは不確実な場合，離職率が b_t の場合，ベルマン方程式 V_t^e は

$$V_t^e = U(w_t) - e + \beta[b_t V_{t+1}^u + (1-b_t)V_{t+1}^e] \tag{12}$$

で表わされる。

同様に，t 時点で失業していて $t+1$ 時点で雇用されるか失業しているか不確実な場合，雇用率を a_t の場合，ベルマン方程式 V_t^u は

$$V_t^u = U(w_r) + \beta[a_t V_{t+1}^e + (1-a_t)V_{t+1}^u] \tag{13}$$

いま,

$$V_t^e = V^e, \quad V_t^u = V^u \qquad \forall t \tag{14}$$

と仮定すれば，(12)式と(13)式はつぎのようになる。

$$V^e = U(w) - e + \beta[bV^u + (1-b)V^e] \tag{15}$$

$$V^u = U(w_r) + \beta[aV^e + (1-a)V^u] \tag{16}$$

(15)式と(16)式より，

$$V^e - V^u = \frac{U(w) - e - U(w_u)}{1-\beta+\beta(a+b)} = \frac{U(w) - U(\overline{w})}{1-\beta+\beta(a+b)} \tag{17}$$

を得る。

失業率uと離職率bおよび雇用率aには,

$$(1-u)b = ua$$

の関係より，(17)式は,

$$V^e - V^u = \frac{U(w) - U(\overline{w})}{1-\beta+\beta b/u} \tag{18}$$

と書き改められる。

2.2 怠業がある場合

t時点の就業者の期待効用のV_t は，つぎのように表わされるとする。

$$V_t(e) = E(\sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} U_\tau) \tag{9}$$

ただし，U_τはτ時点の労働者の効用を表わす。

いま，雇用されているが、怠業はしてない就業者と怠業している就業者、失業者の三つの状態を仮定すれば，それぞれの期待効用の現在価値は，$V_t^e(e)$，$V_t^s(0)$，V_t^uで表わされるとする。t時点で就業していて怠業はしてなくとも，$t+1$時点で怠業しながら働くか離職するか不確実な場合，離職率がb_tの場合，ベルマン方程式V_t^e は

$$V_t^e(e) = U(w_t) - e + \beta[b_t V_{t+1}^u + (1-b_t)\max(V_{t+1}^e, V_{t+1}^s)] \tag{19}$$

で表わされる。

同様に，t時点で失業していて，$t+1$時点で就業するが怠業するか否か不確実な場合，雇用率がa_tの場合，ベルマン方程式V_t^uは

$$V_t^u = U(w_u) + \beta[a_t \max(V_{t+1}^e, V_{t+1}^s) + (1-a_t)V_{t+1}^u] \tag{20}$$

で表わされる。

いま，就業者が怠業していて，それが発見されれば直ちに解雇となり，発見されなければそのまま雇用され続けるか，あるいは離職する場合，怠業が発見される確率を q_t，離職率を b_t とすれば，ベルマン方程式 $V_t^s(0)$ は，

$$V_t^s(0) = (1-q_t)(1-b_t)\{U(w_t) + \beta[b_t V_{t+1}^u + (1-b_t)\max(V_{t+1}^e, V_{t+1}^s)]\}$$

$$+[(1-q_t)b_t + q_t]\{U(w_u) + \beta[(1-a_t)V_{t+1}^u + a_t \max(V_{t+1}^e, V_{t+1}^s)]\} \qquad (21)$$

で表わされる。

ここで，

$$V_t^e(e) = V^e,\quad V_t^s(0) = V^s,\quad V_t^u = V^u \qquad \forall t \qquad (22)$$

を仮定すれば，(19)式，(20)式，(21)式より

$$V^e = U(w) - e + \beta[bV^u + (1-b)\max(V^e, V^s)] \qquad (23)$$

$$V^u = U(w_u) + \beta[a\max(V^e, V^s) + (1-a)V^u] \qquad (24)$$

$$V^s = (1-q)(1-b)\{U(w) + \beta[bV^u + (1-b)\max(V^e, V^s)]\}$$

$$+[(1-q)b + q]\{U(w_u) + \beta[(1-a)V^u + a\max(V^e, V)]\} \qquad (25)$$

となる。

(25)式は(23)式と(24)式より，

$$V^s = (1-q)(1-b)V^e + [(1-q)b + q]V^u + (1-q)(1-b)e \qquad (26)$$

と表わされる。

そこで，就業者を怠業させないためには，

$$V^e \geq V^s \qquad (27)$$

でなければならない。

(27)より，

$$V^e - V^s = V^e - \{(1-q)(1-b)V^e + [(1-q)b + q]V^u$$
$$+(1-q)(1-b)e\} \geq 0 \qquad (28)$$

より，

$$V^e - V^u \geq \frac{1-x}{x}e \qquad (29)$$

を得る。

したがって，(18)式を(29)式に代入すれば，No-Shirking Condition は

$$U(w) - U(\overline{w}) \geq \frac{(1-x)e}{x}(1-\beta+\beta\frac{b}{u}) \qquad (30)$$

より，

$$U(w) \geq U(\overline{w}) + \frac{(1-x)e}{x}(1-\beta+\beta\frac{b}{u}) \tag{31}$$

となる。

(5)式より，

$$U(w) \geq U(w_u) + e + \frac{(1-x)e}{x}(1-\beta+\beta\frac{b}{u}) \tag{32}$$

を得る。

ここで，

$$U(w_u) + e + \frac{(1-x)e}{x}(1-\beta+\beta\frac{b}{u}) = U(w_m) \tag{33}$$

とすれば，(32)式より，

$$w \geq w_m$$ (34)[2]

を得る。すなわち，就業者を怠業させないためには，賃金は少なくとも w_m 以上でなければならない。

おわりに

Shapiro & Stiglitz の No-Shirking condition は，

$$w \geq w_u + e + \frac{e}{q}(r+a+b) \tag{35}$$

である。(35)式と比較可能にするために，

$$U(w) = w$$

として，(32)式の両辺を β で割れば，

$$w \geq w_u + e + \frac{(1-x)e}{x}(r+a+b)$$

$$\geq w_u + e + (\frac{1}{x}-1)e(r+a+b)$$ (36)[3]

となる。ただし，

$$\beta = \frac{1}{1+r} \tag{37}$$

である。

とくに，(36)式において， $b=0$ と置けば，

$$w \geq w_u + e + (\frac{1}{q}-1)e(r+a+b) \tag{38}$$

となるので，(35)式と(36)式の No-Shirking Condition は，一致しない。

脚注

＊ 本稿作成にあたっては，平成 22 年度大学院高度化推進特別経費(研究科分)の助成を受けました。

1) $\overline{w}$ は留保賃金(reservation wage)と呼ばれる。

2) $w \geq w_m > \overline{w} > w_u$

3) ただし，$w = \dfrac{W}{\beta} = \dfrac{W}{1+r}$ ，$w_u = \dfrac{W_u}{\beta} = \dfrac{W_u}{1+r}$ とする。

【参考文献】

Angel de la Fuente(2000) *Mathematical Methods and Models for Economists*, Cambridge.

Jean-Pascal Bénassy (2011) *Macroeconomic Theory,* Oxford University Press.

河合 宣孝・荒木 利枝(1993)「就業意欲と非自発的失業の存在」『経済学論叢』(同志社大学) 第 44 巻、第 4 号、pp.21-35.

Shapiro,C.and J.E.Stiglitz(1984),“Equilibrium Unemployment as a Worker Discipline Device”,*The American Economic Review*,Vol.74,No.3,pp.433-444.