経済学部生のための

やさしい数学入門

【解答編】

第 1 講　　比例関数から微分へ

演習

1-1

① $\frac{3}{3} = 1$　　② $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$　　③ $\frac{-4}{2} = -2$

1-2

① $y = 2x$　　② $y = 2x^2$　　③ $y = 2x + 1$　　④ $y = -3x$

比例は「$y = ax$」の形であらわすことができる

① ○　② ×　③ ×　④ ○

1-3

① 2秒後・・・ $y = 5 \times 2^2$　$y = 20$（m）
5秒後・・・ $y = 5 \times 5^2$　$y = 125$（m）
② $125 - 20 = 105$（m）
③ $105 \div (5 - 2) = 35$（m/秒）
④ 4秒後・・・ $y = 5 \times 4^2$　$y = 20$（m）
(125－80) $\div (5 - 4) = 45$（m/秒）
⑤ $v = 10 \times 5$　$v = 50$（m/秒）

1-4

$y = 2x^2$ の x の値　1 から 3 まで増加するときの変化の割合は

$$\text{変化の割合} = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

$$= \frac{2\times3^2-2\times1^2}{3-1} = \frac{2\times(3+1)(3-1)}{3-1} = 2 \times (3 + 1)$$

① $y = 2x^2$　$2 \times (3 + 1) = 8$
$y = -x^2$　$-1 \times (3 + 1) = -4$

② $y = 2x^2$　$2 \times \{(-3) + (-1)\} = -8$
$y = -x^2$　$-1 \times \{(-3) + (-1)\} = 4$

1-5

1-4と同じ考え方を使用する

$a\{3+(-1)\}=4$

$2a=4$

$a=2$

1-6

1-4と同じ考え方を使用する

$y=ax^2$で、xの値が2 から 4まで増加するときの変化の割合

$a(4+2)=6a$

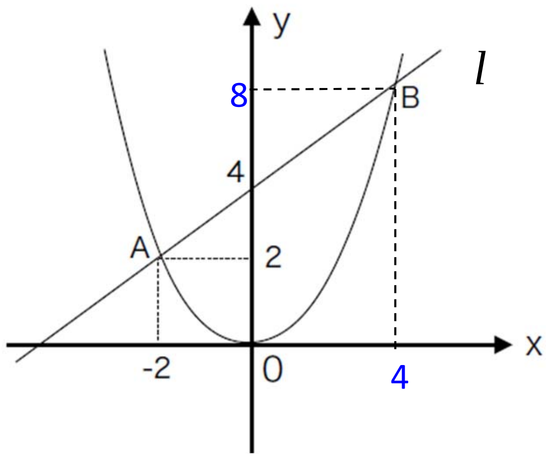
$y=-3x+2$の変化の割合は、どこで調べても-3

したがって、 $6a=-3$

$a=-\frac{1}{2}$

1-7

①



(1) 放物線はA $(2, -2)$を通るので、$2=a(-2)^2$

よって $a=\frac{1}{2}$となる($y=\frac{1}{2}x^2$)

(2) 直線lはA $(2, -2)$と$(0, 4)$を通るので、

$y=x+4$

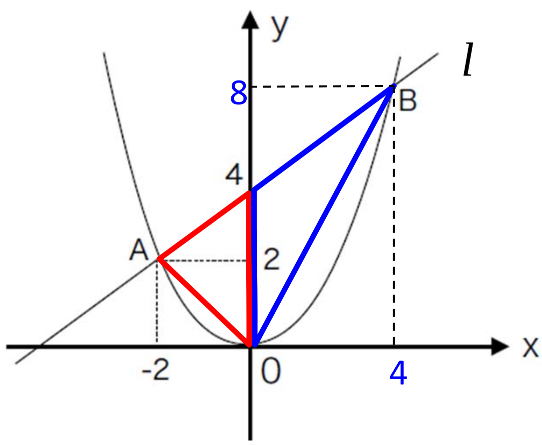
この2つの式を連立して解く

$$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x^2 \\ y=x+4 \end{cases}$$

$\frac{1}{2}x^2=x+4 \Rightarrow x^2-2x-8=0$

$(x+2)(x-4)=0$ より、$x=-2, 4$

したがって、Bの座標は$(4, 8)$



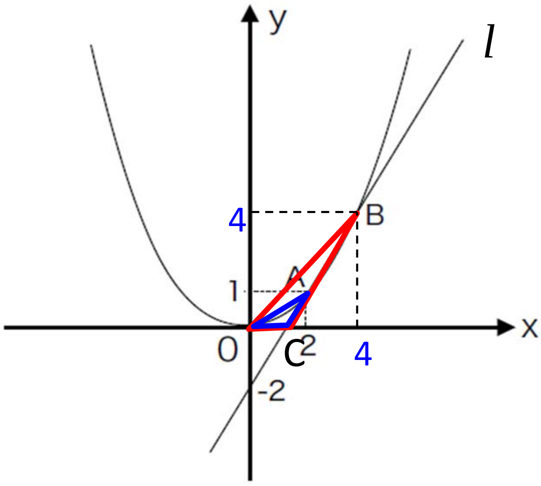
(3) △OABは図のように分けると

△ $4\times2\div2=4$

△ $4\times4\div2=8$

合わせると △OAB= 12

②



(1) 放物線はA $(2,\ 1)$を通るので、$1 = a \times 2^2$

よって　$a = \frac{1}{4}$となる（$y = \frac{1}{4}x^2$）

(2) 直線lはA $(2,\ 1)$と$(0,\ -2)$を通るので、

$y = \frac{3}{2}x - 2$

この2つの式を連立して解く

$$\begin{cases} y = \frac{1}{4}x^2 \\ y = \frac{3}{2}x - 2 \end{cases}$$

$\frac{1}{4}x^2 = \frac{3}{2}x + 4$　⇒　$x^2 - 6x + 8 = 0$

$(x-2)(x-4) = 0$　より、$x = 2,\ 4$

したがって、Bの座標は$(4,\ 4)$

(3) △OABは図のように△OBC－△OCAで求められる。Cの座標は$\left(\frac{4}{3},\ 0\right)$

△　$\frac{4}{3} \times 4 \div 2 = \frac{8}{3}$　　△　$\frac{4}{3} \times 1 \div 2 = \frac{2}{3}$

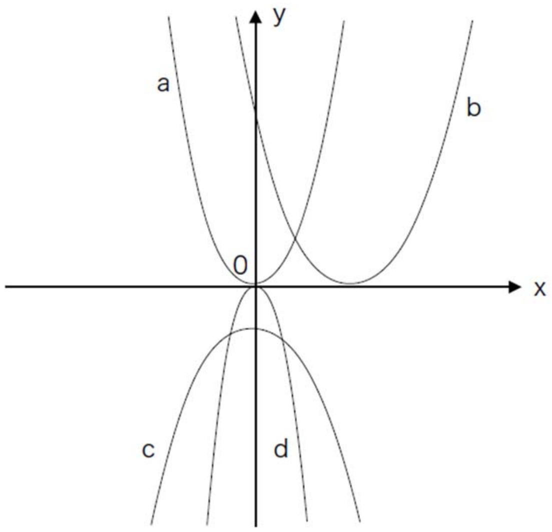
△OBC－△OCA $= \frac{8}{3} - \frac{2}{3}$　△OAB＝2

第２講　　２次関数

演習

2-1

①　ア　$y = 2x^2$　　イ　$y = (x-3)^2$　　ウ　$y = -3x^2$　　エ　$y = -x^2 - 2$



判別のポイント

ア．原点(0, 0)を通る
　上に開いた形　a

イ．軸がずれている
　上に開いた形　b

ウ．原点(0, 0)を通る
　下に開いた形　d

エ．切片がずれている
　下に開いた形　c

②

2次関数の変域のポイント

xの範囲が軸を含む場合は、最大値(または最小値)が軸の時の値になる

$y = 2x^2$、$y = -x^2 - 1$ はいずれも軸が　$x = 0$　のときで、
それぞれ$y = 0$、$y = -1$である。

ア．　$2 \leqq y \leqq 8$　、　$-5 \leqq y \leqq -2$

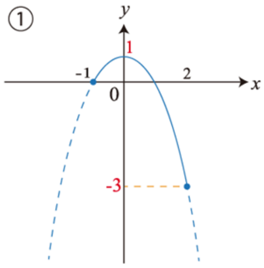
イ．　$2 \leqq y \leqq 72$　、　$-37 \leqq y \leqq -2$

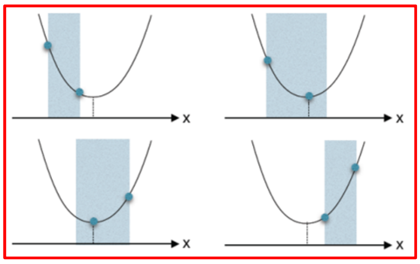
ウ．　$0 \leqq y \leqq 50$　、　$-26 \leqq y \leqq -1$　　※ 軸と$x = 5$ が最大または最小になる

エ．　$0 \leqq y \leqq 32$　、　$-17 \leqq x \leqq -1$　　※ 軸と$x = -4$が最大または最小になる

2-2

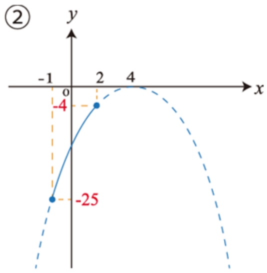
① 軸は $x=0$
最大値　1（$x=0$のとき）
最小値　-3（$x=2$のとき）



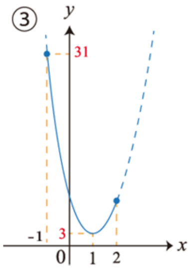


この形を意識してください。

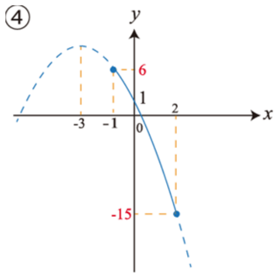
② 軸は $x=4$
最大値　-4（$x=2$のとき）
最小値　-25（$x=-1$のとき）



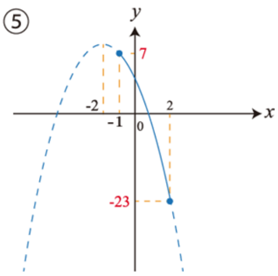
③ 軸は $x=1$
最大値　31（$x=-1$のとき）
最小値　3（$x=1$のとき）



④ 軸は$x=-3$
最大値　6（$x=-1$のとき）
最小値　-15（$x=2$のとき）



⑤ 軸は $x=-2$
最大値　7（$x=-1$のとき）
最小値　-23（$x=2$のとき）



2-3

① 与えられた2次関数は、x^2の係数がマイナスなので、上に凸のグラフ
最大値は軸のところとなる。

$y=-x^2+2kx=-(x-k)^2\cdots$
から、この2次関数の軸は$x=k$であり、
$x=4$のとき最大となるので、$k=4$

つまり、この2次関数は、$y=-x^2+8x$であり、$x=4$のとき最大値をとる。
したがって、yの最大値は、16

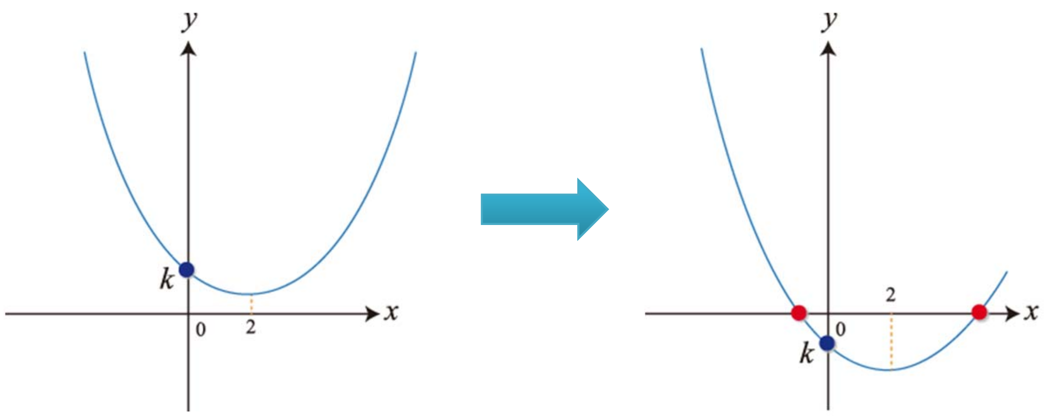
② 与えられた2次関数は、x^2の係数が不明だが、最小値があるのは、下に凸のグラフ
であり、最小値は軸のところとなる。
このことから $a>0$であることがわかる。

$y=ax^2-2ax+1 \quad \leftrightarrow \quad y=a(x-1)^2\cdots$
からこの2次関数の軸は$x=1$
つまり、$x=1$のときyは最小値-2をとるはずである。

したがって、$y=ax^2-2ax+1$ に $x=1,\ \ y=-2$ を代入して
$a-2a+1=-2$
$-a+1=-2$
$a=3$

2-4

この2次関数の軸は$x=2$、y軸との交点は$(\,0,\ k\,)$であることからグラフを考える。
下のグラフのように、正と負の実数解をひとつずつ持つkは、$k<0$

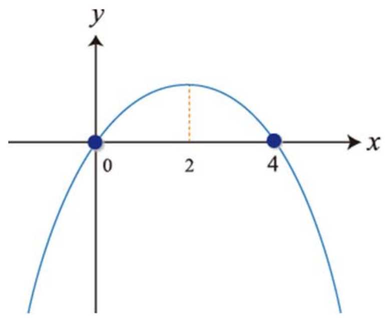


2-5

① xは時間なので、0秒以上。
また、yは高さなので0m以上でなければならないため、与えられた式が0になるときのxの値を求めることで、変域が分かる

$y=20x-5x^2$ ⇒ $y=5x(4-x)$
⇒ $x=4$のとき、$y=0$となる。

つまり、ボールを投げ上げてから4秒後に初めの高さに戻ることになる。
したがってxの変域は　$0 \leqq x \leqq 4$



② yの値が最大になるのは、軸のときで、$x=2$のとき
このとき、$y=20$
したがって、最大の高さは$20m$

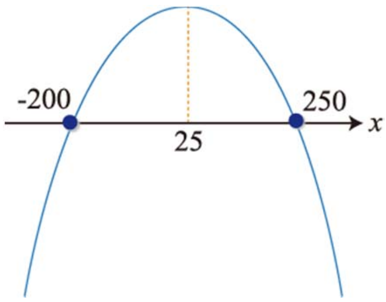
2-6

① もとの売上金は200×500円と表せるので、問題の条件を加味して
$y=(200+x)(500-2x)$

② ①より$y=(200+x)(500-2x)$

売上金額が最大になるのは、軸のところとなるので、
$x=25$のとき

したがって、$x=25$のとき、最大となるので、
25円値上げした時が売上金額が最大となる。



第３講　　指数関数と対数関数

演習

3-1

① 与式＝$2^{(3+2-4)}$＝2^1＝2

② 与式＝$3^{(3+5-4)}$＝3^4＝81

③ 与式＝$2^5\times(2^2)^{-2}$＝$2^5\times2^{-4}$＝2^1＝2

④ 与式＝$\left(-\frac{3^3}{4^3}\right)^{\frac{1}{3}}=-\frac{3}{4}$

⑤ 与式＝$\{(3^3)^2\}^{\frac{1}{3}}=3^2=9$

⑥ 与式＝$(2^4\cdot3)^{\frac{1}{3}}(2^2\cdot3^2)^{\frac{1}{3}}=(2^6\cdot3^3)^{\frac{1}{3}}=2^2\cdot3=12$

⑦ 与式＝$\left\{(2^6)^{\frac{1}{3}}\right\}^{\frac{1}{2}}=2^1=2$

⑧ 与式＝$(2^4)^{\frac{1}{4}}=2^1=2$

⑨ 与式＝$\left\{(3^2)^{\frac{1}{6}}\right\}^3=3^1=3$

3-2

① 与式＝$(3^{-3})^{\frac{1}{5}}(3^{-2})^{\frac{1}{5}}=(3^{-3}\cdot3^{-2})^{\frac{1}{5}}=(3^{-5})^{\frac{1}{5}}=3^{-1}=\frac{1}{3}$

② 与式＝$\sqrt[3]{2^3\cdot3}+2\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{-3^4}=2\sqrt[3]{3}+2\sqrt[3]{3}-3\sqrt[3]{3}=\sqrt[3]{3}$

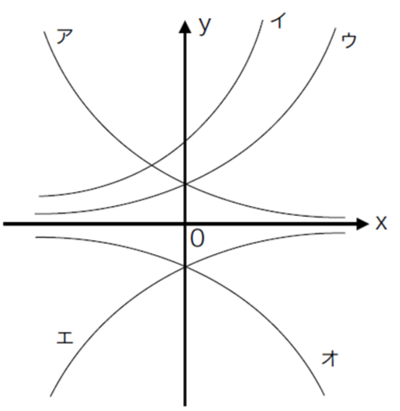
③ 与式＝$36^{-\frac{3}{2}}=(2^2\cdot3^2)^{-\frac{3}{2}}=2^{-3}\cdot3^{-3}=(2\cdot3)^{-3}=\frac{1}{216}$

④ 与式＝$(2^4)^{-\frac{3}{4}}=2^{-3}=\frac{1}{8}$

⑤ 与式＝$\dfrac{a^{\frac{1}{2}}}{\left(a\cdot a^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}}=\dfrac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}\cdot a^{\frac{1}{6}}}=a^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-\frac{1}{6}}=a^{-\frac{1}{6}}$

3-3

① $y=3^x$　② $y=3^{-x}$　③ $y=2\cdot3^x$　④ $y=-3^x$　⑤ $y=-3^{-x}$



①が基本の形になり、②は①とy軸に関して対称
④は①とx軸に関して対称になり、⑤はy軸に関して対称になる。
③のグラフは①のグラフの2倍の値をとる。

①のグラフは以上のことから　ウ
②のグラフは　ア
③のグラフは　イ
④のグラフは　オ
⑤のグラフは　エ

3-4

① 与式 ⇒ $(2^x)^2-12\times2^x\times\frac{1}{2}+8=0$

$(2^x)^2-6(2^x)+8=0$

$\{(2^x)-4\}\{(2^x)-2\}=0$

$2^x=4,2$

x=2, 1

② 与式 ⇒ $(3^x)^2+8\times3^x-9<0$

$\{(3^x)-1\}\{(3^x)+9\}<0$

3^x>0 より、 $0<3^x<1$

したがって、$3^x<3^0$

x<0

3-5

① 与式＝$\log_3 3^2=2\log_3 3=2$

② 0.5＝$\frac{1}{2}$なので、底を2にする。与式＝$\frac{\log_2\frac{1}{2}}{\log_2 8}=\frac{\log_2 2^{-1}}{\log_2 2^3}=\frac{-1\log_2 2}{3\log_2 2}=-\frac{1}{3}$

③ 16も1024も2の累乗なので、底は2。

与式＝$\frac{\log_2 1024}{\log_2 16}=\frac{\log_2 2^{10}}{\log_2 2^4}=\frac{10\log_2 2}{4\log_2 2}=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$

④ 与式＝$\log_3 9^{\frac{1}{3}}=\log_3(3^2)^{\frac{1}{3}}=\log_3 3^{\frac{2}{3}}=\frac{2}{3}\log_3 3=\frac{2}{3}$

3-6

① 与式＝$\log_2 2^2\cdot3-\log_2 3=\log_2\frac{2^2\cdot3}{3}=\log_2 2^2=2$

② 与式＝$\log_{10}2+\log_{10}(3\cdot5)^{\frac{1}{2}}-\log_{10}\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{1}{2}}=\log_{10}\frac{2\cdot(3\cdot5)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{1}{2}}}$

$=\log_{10}2\cdot\left(\frac{3\cdot5\cdot5}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$＝$\log_{10}2\cdot(5^2)^{\frac{1}{2}}=\log_{10}2\cdot5=\log_{10}10=1$

③ 与式＝$\left(2\log_3 3-\frac{\log_2 8}{\log_2\frac{1}{2}}\right)\left(3\log_5 5+\frac{\log_7 49}{\log_7\frac{1}{7}}\right)=\left(2-\frac{3}{-1}\right)(3-2)=5$

3-7

① 与式＝$\log_{10}3\cdot100=\log_{10}3+\log_{10}10^2=0.4771+2=2.4771$

② 与式＝$\log_{10}3\cdot5\cdot10=\log_{10}3+\log_{10}\frac{10}{2}+\log_{10}10$

＝$\log_{10}3+(\log_{10}10-\log_{10}2)+\log_{10}10$

＝$0.4771+1-0.3010+1=2.1761$

$5=\frac{10}{2}$と、2と10で
あらわすことができる

③ 与式＝$\log_{10}(2^2\cdot3)^{\frac{1}{3}}=\frac{1}{3}(2\log_{10}2+\log_{10}3)$

$=\frac{1}{3}(2\times0.3010+0.4771)=0.3597$

3-8

① $y=\log_3 x$　② $y=\log_{\frac{1}{3}} x$　③ $y=\log_3 9x$　④ $y=\log_3 \frac{1}{x}$

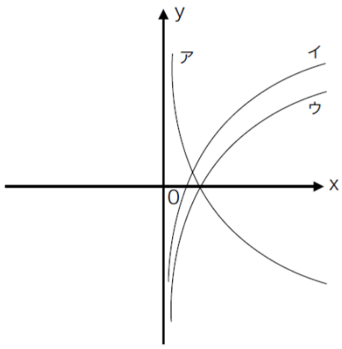
⑤ $y=\log_3(x+2)$　⑥ $y=\log_3(-x)$　⑦ $y=\log_3\left(-\frac{1}{x}\right)$

まず、基本となる $\log_3 x$ のグラフを確定する。
基本の形は①　近い形は③　$\log_3 9x=\log_3 9+\log_3 x=2+\log_3 x$　で①よりも2ずつ大きいグラフとなる。

グラフ内で該当するのは、イとウ。常に値の小さいものはウなので、

①のグラフは　ウ
③のグラフは　イ

となる。



② $y=\log_{\frac{1}{3}} x=\frac{\log_3 x}{\log_3 \frac{1}{3}}=\frac{\log_3 x}{-1}=-\log_3 x$

なので、①をx軸に関して対称にしたもの　ア

④ $y=\log_3 \frac{1}{x}=\log_3 x^{-1}=-\log_3 x$

となるので、②と同じになる　ア

⑤ $y=\log_3(x+2)$

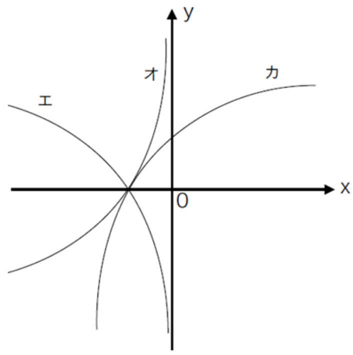
は、①のグラフをx軸方向に-2移動させたもの
①は$y=0$のとき、$x=1$、⑤は$x=-1$となる
よって、　カ

⑥ $y=\log_3(-x)$　は①とy軸に関して対称　エ

⑦ $y=\log_3\left(-\frac{1}{x}\right)=\log_3(-x^{-1})$

$=-\log_3(-x)$

となるので、⑥とx軸に関して対称、
①原点0に関して対称になる　オ



3-10

大小を比較するために、底を揃える

① $3\log_4 3=\frac{3\log_2 3}{\log_2 4}=\frac{3}{2}\log_2 3$　となるので、$\frac{3}{2}\log_2 3<2\log_2 3$

よって　$3\log_4 3<2\log_2 3$

② $1.5=\frac{3}{2}\log_2 2=\log_2 2^{\frac{3}{2}}=\log_2\sqrt{2^3}=\log_2 2\sqrt{2}$　とかける

したがって、$2\sqrt{2}$　と　3　を比べる。

それぞれ2乗して　$(2\sqrt{2})^2$　と　3^2　つまり、8　と　9なので、$8<9$

よって、$1.5<\log_2 3$

3-11

① $\log_2 x$ =A　とおくと

与式　$\leftrightarrow$　$A^2 - A - 2 = 0$　$\leftrightarrow$　$(A-2)(A+1) = 0$

したがって、A=2，−1

つまり、$\log_2 x$ =2，−1　なので、$x = 4,\ \frac{1}{2}$

② $2\log_{\frac{1}{3}} x < \log_{\frac{1}{3}}(2x-1)$

$\log_{\frac{1}{3}} x^2 < \log_{\frac{1}{3}}(2x-1)$

$\frac{\log_3 x^2}{\log_3 \frac{1}{3}} < \frac{\log_3 (2x-1)}{\log_3 \frac{1}{3}}$

$-\log_3 x^2 < -\log_3(2x-1)$

$\frac{1}{3}$は、3にしてしまおう

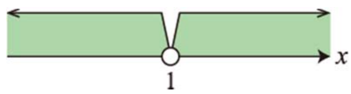
$\log_3 x^2 > \log_3(2x-1)$

$x^2 > (2x-1)$

$x^2 - 2x + 1 > 0$

$(x-1)^2 > 0$

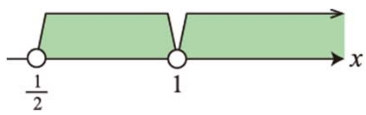
よって、　$x \neq 1$



ただし、真数条件から　$x>0$かつ$2x-1>0$

($\frac{1}{3}$は何乗しても0や負にならない＝真数条件という)なので、$x>\frac{1}{2}$　となる。

以上より、$\frac{1}{2} < x < 1$，$1 < x$



第４講　　微分の計算法と意味

演習

4-1

微分計算のポイント
（1）x^n を微分すると nx^{n-1}　（2）定数項は微分すると0
（3）nは負の数でも同じ要領で微分できる。（ただしx＞0の場合）

① 2　② −15　③ $6x-4$　④ $9x^2-4x+4$　⑤ $-3x^2+6x-2$

⑥ 与式＝ $x^{-1}+x^{\frac{1}{2}}$ なので、微分すると

$-1x^{-2}+\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}=-x^{-2}+\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$

4-2

Bの計算方法で微分した後に、それぞれの値を代入する

① $f'(x)=3x^2-4x+1$

$\Rightarrow\quad f'(-2)=3\cdot(-2)^2-4\cdot(-2)+1=12+8+1=21$

② $f'(x)=-6x^2+8x-3$

$\Rightarrow\quad f'(-3)=-6\cdot(-3)^2+8\cdot(-3)-3=-54-24-3=-81$

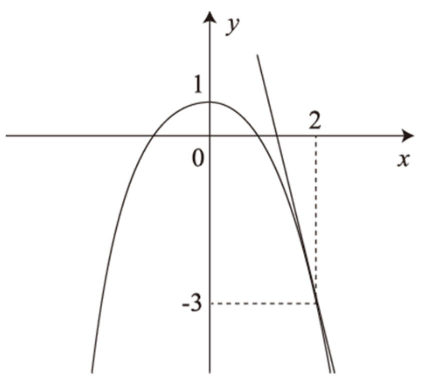
③ $f'(x)=10x-2$

$\Rightarrow\quad f'(2)=10\cdot2-2=20-2=18$

④ $f'(x)=3x^{\frac{1}{2}}-x^{-\frac{1}{2}}+4x^{-2}$

$\Rightarrow\quad f'(1)=3-1+4=6$

4-3



① 接線の方程式を$y=ax+b$とすると、a は
$f'(x)=-2x$ に $x=2$ を代入して求められる。
$a=-4$
直線の式は、$y=-4x+b$となるので、
点の座標を代入し、bを求める。
$-3=-8+b\quad\therefore\quad b=5$
よって求める式は　$y=-4x+5$

②以降も同様の手順で求める

② $y=x+1$
③ $y=7x+6$
④ $y=-4x+2$

4-4

① 求める接線の式を$y = ax + b$とすると、$f'(x) = 3x^2 - 2$ で表される
傾きが10(これがaになる)の時のxの値を調べる
$3x^2 - 2 = 10$ $3x^2 = 12$ $x^2 = 4$ よって、$x = \pm 2$
つまり、接点は$(-2, -4)(2, 4)$の2つの場合があるので、$y = 10x + b$に
それぞれ代入して、$y = 10x + 16$, $y = 10x - 16$

② 求める接線の方程式は $y = 2x + b$ となる($y = 2x-3$に平行)①と同様に、
接点を調べる
$f'(x) = 4x - 2$ で$f'(x) = 2$となるxを求める
$4x - 2 = 2$ $4x = 4$ よって $x=1$ このとき $y=3$ となり、接点は
$(1, 3)$である。これを$y = 2x + b$ に代入して、bを求める。
$y = 2x + 1$

第５講　　微分の応用

演習

5-1

$f'(x)=0$になるとき（傾きが0になるとき）のxを調べると

① $f'(x)=6x^2-6x-36$

$f'(x)=0$

$\leftrightarrow \quad x^2-x-6=0$

$\leftrightarrow \quad (x+2)(x-3)=0$

$\leftrightarrow \quad x=-2,\ 3$

x		-2		3	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		極大		極小	

極値が2つあり、グラフは全体的に右上がり。増減表は上の通りで、
$x=-2$ のとき、極大値　56　　$x=3$のとき、極小値　$x=-69$

② $f'(x)=-3x^2-6x-9$

$f'(x)=-3(x+1)^2-6<0$

これは方程式に実数解はない。

$y=0$を満たすxは存在しないことがわかる。
よって、極値はない

③ $f'(x)=3x^3+6x^2-24$

$f'(x)=0$ となるのは

$3x^3+6x^2-24=0$

$\leftrightarrow \quad x^2+2x-8=0$

$\leftrightarrow \quad (x+4)(x-2)=0$

$\leftrightarrow \quad x=-4,\quad 2$

x		-4		2	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	極大	↘	極小	↗

極値が2つあり、グラフは全体的に右上がり。増減表は上の通りで、
$x=-4$ のとき、極大値　82　　$x=2$のとき、極小値　$x=-26$

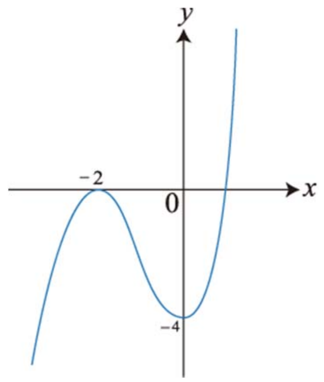
演習

5-2

5-1 と同じように$f'(x)=0$になるとき（傾きが0になるとき）のxを調べる。
切片は式にあるので注意

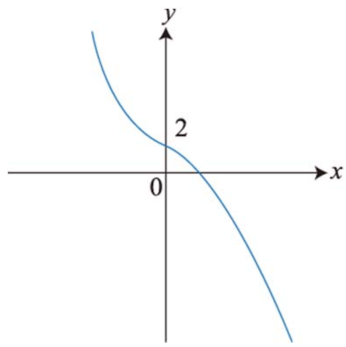
① $f'(x)=3x^2+6x=0$
$f'(x)=0$を調べると
$\leftrightarrow \quad 3x(x+2)=0$
$\leftrightarrow \quad x=-2,\ 0$
極値が2つあり、グラフは全体的に右上がり。
増減表は下の通り

x		-2		0	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	極大	↘	極小	↗



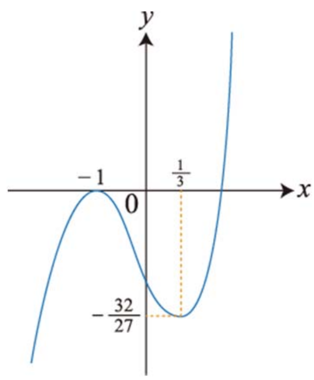
$x=-2$ のとき、極大値　0　$x=0$のとき、極小値　$x=-4$
であるので、グラフは右の通り

② $f'(x)=-3x^2-1<0$
$f'(x)$は単調減少



③ $f'(x)=3x^2+2x-1=0$
$f'(x)=\ 0$
$\leftrightarrow \quad (3x-1)(x+1)=0$
$\leftrightarrow \quad x=-1,\ \frac{1}{3}$
極値が2つあり、グラフは全体的に右上がり。
増減表は下の通り

x		-1		$\frac{1}{3}$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		極大		極小	



$x=-1$ のとき、極大値　0　$x=\frac{1}{3}$のとき、極小値　$x=-\frac{32}{27}$
であるので、グラフは右の通り

5-3

直方体の体積（V）は、上の図より、

$V(x)=x(20-2x)^2$ （$0<x<10$）と表せる

$\leftrightarrow \quad V(x)=4x^3-80x^2+400x-8$

$\quad V'(x)=12x^3-160x+400$

$\quad V'(x)=0$のとき

$\leftrightarrow \quad 3x^3-40x+100=0$

$\leftrightarrow \quad (3x-10)(x-10)=0$

$\leftrightarrow \quad x=\frac{10}{3},\ 10$

増減表は右の通りで、極大値をとるとき、このグラフの値が最大となる。

よって、切り取る1辺の長さは$\frac{10}{3}$cm

x		$\frac{10}{3}$		（10）
$f'(x)$	＋	0	−	0
$f(x)$	↗	極大	↘	（極小）

5-4

問題文より、長方形ABCDの辺の長さは右の図のようになる。長方形の面積Sは

$S(x)=2x(1-x^2)\ (0<x<1)$

$\leftrightarrow \quad S(x)=-2x^3+2x$

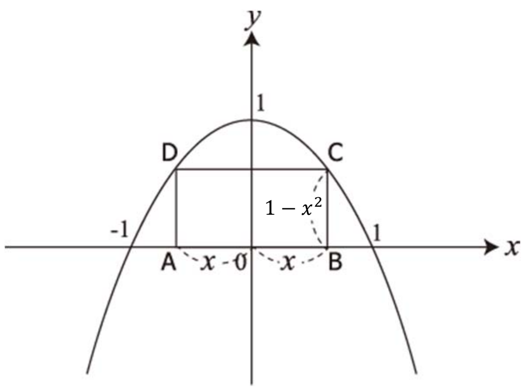
$\quad S'(x)=-6x^2+2$

$\quad S'(x)=0$となるのは

$\leftrightarrow \quad -6x^2+2=0$

$\leftrightarrow \quad 6x^2=2$

$\leftrightarrow \quad x=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$



$0<x<1$より、増減表は右の通りで、極大値をとるとき、長方形の面積の値が最大となる。

$S\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=\frac{4\sqrt{3}}{9}$、$x=\frac{\sqrt{3}}{3}$

x	0		$\frac{\sqrt{3}}{3}$		1
$f'(x)$		＋	0	−	
$f(x)$		↗	極大	↘	

5-5

問題文の円すいは右の図の通り。
求める体積(V)は

$V(x)=\frac{1}{3}\pi x^2(12-x)\ (0<x<12)$

$\leftrightarrow\quad V(x)=-\frac{\pi}{3}x^3+4\pi x^2$

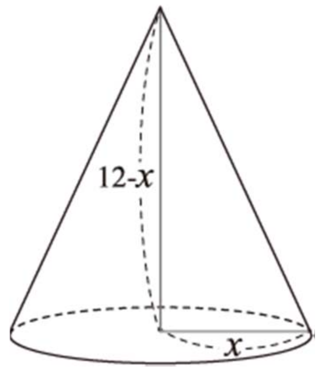
$V'(x)=-\pi x^2+8\pi x$

$V'(x)=0$となるのは

$\leftrightarrow\quad -\pi x^2+8\pi x$

$\leftrightarrow\quad x(x-8)=0$

$\leftrightarrow\quad x=0,\ 8$



$0<x<12$より、増減表は右の通りで、
極大値をとるとき、円すいの体積が
最大となる。
求める半径は8 cm、
円すいの体積は

$V(8)=\frac{1}{3}\pi\cdot 64(12-8)=\frac{256}{3}\pi$ (cm^3)

x	0		8		12
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$		↗	極大	↘	

経済学部生のための　数学入門（やさしい）