

国立大学の効率性：
確率的フロンティアモデルによる計測

北坂真一
同志社大学経済学部
2010 年 12 月初稿
2011 年 3 月改訂

*本研究には科学研究費補助金（基盤研究（C）課題番号 20530186）の助成を受けた。

1 はじめに

政府は大きな財政赤字を抱えており、公的サービス部門にはより効率的な運営が求められている。国立大学も、その例外ではない。国立大学は 2004 年度に法人化されたが、依然としてその運営に多額の政府予算が投入されている。国立大学に対する政府からの運営交付金はここ数年毎年削減されており、そうした予算の削減に対して国立大学は一層の効率化によって研究水準や教育サービスを維持する必要がある。このような状況において、国立大学の効率性を計測し分析することは、国立大学の運営にとって重要な情報になる。

2010 年 3 月 25 日付けの朝刊各紙によると、文部科学省は教育水準、研究水準、教育研究達成度、業務運営達成度の 4 つの基準をもとに国立大学をランク付けし、運営交付金にその評価を反映させるという。こうした大学評価は 1 つの方法であるが、計量経済学の視点から大学の効率性を客観的に計測し、評価の指標とすることも可能である。

大学をはじめとする高等教育機関の計量経済分析は、規模の経済性や範囲の経済性の計測に関して数多く行われてきた。例えば米国について De Groot, McMahon and Volkwein (1991)、Nelson and Hevert (1992)、Koshal and Koshal(2000)、Laband & Lentz(2003) などがあり、英国についても Glass, McKillop and Hyndman (1995)、Johnes(1997) などがある。日本でも私立大学に関する Hashimoto and Cohn(1997)の先駆的研究以後、近年は国立大学の法人化をきっかけに同様の研究が増え、妹尾(2004)、中島ほか(2004)、山内研究室(2006)、菅原 (2009a, 2009b)、北坂 (2011a, 2011b) など規模と範囲の経済性が分析されている。しかし大学の効率性に関する計量経済学的な分析は、研究の蓄積が進んでおらず不十分な状況にとどまっている。

大学の効率性については、これまで DEA (Data Envelopment Analysis) による計測が数多く行われてきた。例えば、米国に関して Breu and Raab(1994)、英国に関して Johnes and Johnes(1995)や Athanassapoulos and Shale(1997)、スウェーデンに関して Sarafoglou and Haynes(1996)、カナダに関して McMillan and Datta(1998)、オーストラリアに関して Abbott and Doucouliagos(2003)などの研究がある。日本でも大学の効率性を DEA で分析した研究として、村澤(2006)、妹尾(2007)、水田(2007)、山崎・伊多波 (2009, 2010)などがある。

DEA による分析では、データから線形計画法に従って包絡線として生産フロンティア(あるいは費用フロンティア)をもとめ、それを最も効率的な状態としてそこからの乖離幅を相対的な効率性とする。DEA では生産関数や費用関数の関数形を特定化する必要は無いが、

計量経済学的なアプローチと異なりデータの測定誤差など様々な統計的ノイズを考慮できず、フロンティアは決定論的に定められる。当然のこととして、単純な DEA ではその統計的有意性など仮説検定を行うことも出来ない¹。サンプルデータの確率的要因を重視する場合には、計量経済学的なアプローチが必要になる。

データの確率的要因を考慮した上で、効率性を計測する方法として、Aigner, Lovell and Schmidt(1977)や Meeusen and van den Broeck(1977)が提案した確率的フロンティア分析 (SFA: Stochastic Frontier Analysis、あるいは確率的フロンティアモデル) と呼ばれる方法がある。確率的フロンティア分析は、すでに海外の高等教育機関の効率性計測に用いられており、日本でも水道などの公益事業 (中山徳良(2003)) や金融業 (筒井・佐竹・内田(2005)や播磨谷(2004)ほか) などの研究に用いられている。しかし、日本の大学に応用した研究はあまり知られていない。そこで本稿では、確率的フロンティアモデルによる分析の方法や諸外国の先行研究を紹介するとともに、そうした手法を日本の国立大学の効率性計測に応用し、その結果を考察する。

本稿の構成は次の通りである。まず第2節では、費用関数に確率的フロンティアモデルを応用する方法を示し、規模と範囲の経済性や効率性の指標について整理する。第3節では、確率的フロンティアモデルの計量経済学上の問題について、推定方法と検定方法を中心に説明する。第4節では、確率的フロンティアモデルを使い大学の効率性を計測した諸外国の研究を展望する。第5節では、日本の国立大学を対象に確率的フロンティアモデルを推定し効率性を計測した結果を報告する。最後に第6節で、本稿のまとめと今後の課題を示す。

2 確率的フロンティア費用関数

大学のような高等教育機関を経済分析の対象とするとき、その大きな特徴として次の2点を挙げることができる。第1は、それが株式会社のように利潤最大化 (あるいは企業価値最大化) を目的とする主体と異なり、利潤を追求しない非営利団体 (NPO: Nonprofit Organization) という点である。第2は、大学は単一の生産物を生産する主体ではなく性質の異なる複数種類の生産 (multi-product) を行うという点である。具体的には、学部教育や大学院教育、純粹にアカデミックな研究から産業界の利益に繋がるような技術開発、あるいは地域住民への学術的な啓蒙活動など、大学の生産活動は多岐に及ぶ。

このような高等教育機関の特徴をふまえつつ、企業行動の分析の枠組みを応用する場合、

生産関数や利潤関数ではなく費用関数をベースに分析することが適切である。費用関数であれば利潤最大化や生産量最大化ではなく、所与の生産量の元でその費用を最小化するという NPO と矛盾しない経済行動を想定できる。また、複数生産を生産関数で扱うことは計量経済学的にみて難しい問題を含むが、費用関数であれば以下で説明するように問題は生じない。したがって、多くの先行研究において大学を対象にした規模の経済性や範囲の経済性、効率性の計測には費用関数が用いられてきた。そこで本稿でも、費用関数に基づく効率性の計測を行う。

一般的な費用関数は、次のようにあらわすことができる。

$$C = C(p_i, y_j), \quad i = 1 \cdots m, j = 1 \cdots n \quad (1)$$

ここで、 C は費用、 p_j は生産要素価格、 y_i は生産物、である。ここでは費用関数に伸縮的な関数形としてよく知られるトランスログ・モデルを想定する。具体的には次のように書ける。

$$\begin{aligned} \ln C = \ln C(p_i, y_j) = & a_0 + \sum_j a_j \ln y_j + \sum_i \beta_i \ln p_i \\ & + \frac{1}{2} \sum_j \sum_k \alpha_{jk} \ln y_j \ln y_k + \frac{1}{2} \sum_i \sum_l \beta_{il} \ln p_i \ln p_l + \sum_j \sum_i \gamma_{ji} \ln y_j \ln p_i, i = 1 \cdots m, j = 1 \cdots n \end{aligned} \quad (2)$$

トランスログ・コストモデルは一般的な費用関数について連続性を仮定し、2 階微分の項までを残した近似式とみることができる。したがって、パラメータには $\alpha_{jk} = \alpha_{kj}$ 、 $\beta_{il} = \beta_{li}$ 、 $\gamma_{ji} = \gamma_{ij}$ という対称性の制約が課せられる。また、費用関数の性質として求められる生産要素価格に関する 1 次同次性は、任意の要素価格を基準として費用 C と他の要素価格 p_i を相対価格化することによってモデルに制約として与えることが出来る。

通常は (2) 式の費用関数に確率的誤差項 v を加えて確率モデルとして推定の対象にするが、確率的フロンティアモデルでは、通常確率的誤差項 v とともに費用の非効率性を表す確率変数 u を加え、次のような確率的フロンティアモデルを推定する。

$$\begin{aligned}
\ln C &= a_0 + \sum_j a_j \ln y_j + \sum_i \beta_i \ln p_i \\
&+ \frac{1}{2} \sum_j \sum_k \alpha_{jk} \ln y_j \ln y_k + \frac{1}{2} \sum_i \sum_l \beta_{il} \ln p_i \ln p_l + \sum_j \sum_i \gamma_{ji} \ln y_j \ln p_i + v + u \\
&= \ln C(p_i, y_j) + v + u, \quad i, l = 1 \cdots m, \quad j, k = 1 \cdots n
\end{aligned} \tag{3}$$

ここで、確率的誤差項 v は平均ゼロ、分散 σ_v^2 で相互に独立な正規分布 $N(0, \sigma_v^2)$ に従う通常の攪乱項であり、確率的費用非効率性 u は非負 ($u > 0$) で説明変数や確率的誤差項 v とは無相関と仮定する。非効率性 u の確率分布の形については、第 3 節で議論する。

(3)式のパラメーター推定値から通常の費用関数の場合と同様に、規模の経済性や範囲の経済性を計測できる。まず、すべての生産物が一律に n 倍されるような状況で費用の増え方を考える「全体の規模の経済性」は、(3)式のトランスログモデルにおいて、次のように示すことが出来る。

$$\sum_i \left(\frac{\partial \ln C}{\partial \ln y_i} \right) = \sum_i \left(a_i + \sum_j a_{ij} \ln y_j + \sum_i \gamma_{ij} \ln p_j \right) < 1 \tag{4}$$

そこで、「全体の規模の経済性」 SAL_0 を次のように定義し、その値がゼロを下回って有意にマイナスとなるかどうかを検定する。

$$SAL_0 = \sum_i \left(a_i + \sum_j a_{ij} \ln y_j + \sum_i \gamma_{ij} \ln p_j \right) - 1 < 0 \tag{5}$$

また「第 i 生産物の規模の経済性」 SAL_i は、「全体の規模の経済性」 SAL_0 から類推できるように、次の関係を検定する。

$$SAL_i = a_i + \sum_j a_{ij} \ln y_j + \sum_i \gamma_{ij} \ln p_j - 1 < 0 \tag{6}$$

次に、範囲の経済性については、Baumol, Panzar and Willing(1982)に従い、次に示す

費用の補完性に基づいて検証する

$$\frac{\partial^2 C}{\partial y_i \partial y_j} < 0, \quad (i \neq j, \quad i, j = 1, \dots, m) \quad (7)$$

(7)式は第*i*生産物と第*j*生産物が共に増加したときに費用削減的な効果が働くかどうかを示している。この(7)式を(2)式のトランスログ費用関数に用いると、次の関係式を得る。

$$\frac{\partial^2 C}{\partial y_i \partial y_j} = \left(\frac{C}{y_i y_j} \right) \left[\alpha_{ij} + \left(\alpha_i + \sum_j \alpha_{ij} \ln y_j + \sum_j \gamma_{ij} \ln p_j \right) \left(\alpha_j + \sum_i \alpha_{ij} \ln y_i + \sum_i \gamma_{ij} \ln p_i \right) \right] < 0 \quad (8)$$

したがって、第*i*生産物と第*j*生産物の間に費用の補完性、すなわち範囲の経済性 SCP_{ij} があるかどうかは、次の関係を検定することによって判別できる。

$$SCP_{ij} = \alpha_{ij} + \left(\alpha_i + \sum_j \alpha_{ij} \ln y_j + \sum_j \gamma_{ij} \ln p_j \right) \left(\alpha_j + \sum_i \alpha_{ij} \ln y_i + \sum_i \gamma_{ij} \ln p_i \right) < 0 \quad (9)$$

さらに、確率的フロンティアモデルでは(3)式の確率的費用非効率性 u に基づいて個々の経済主体の効率性を計算できる。この効率性の指標については、Jondrow, Lovell, Meterov and Schmidt(1982)や Batese and Coelli(1988)、Kumbhaker and Lovell(2000, Ch4) などで、様々な指標の計算方法が提案されている。本研究では直感的に理解し易いものとして、Coelli(1996)が示す次の費用非効率性の指標 CE を用いる。

$$CE = \frac{\exp(\ln C(p_i, y_j) + v + u)}{\exp(\ln C(p_i, y_j) + v)} = \frac{C(p_i, y_j) \exp(v + u)}{C(p_i, y_j) \exp(v)} = \exp(u) \quad (10)$$

この指標は、分子が現実には観察された費用であり分母がそこから非効率性 u を除いた分であるから $1 \leq CE < \infty$ を満たし、 $CE = 1$ が最も費用効率的でそれから大きくなるほど実際の費用が高く費用非効率性ということになる。

(10)式において確率的費用非効率性 u は観察できないので、実際の費用非効率性の指標 CE は次のような u の条件付期待値を取ることによって計算する。

$$CE = E[\exp(u) | \varepsilon] \quad (11)$$

ここで、 $\varepsilon = v + u$ であり、この条件付期待値の計算には後で仮定する v と u の分布を用いる。

ところで、費用関数に基づく効率性の意味については、注意が必要である。効率性の計測に費用関数を用いる利点は冒頭で述べたが、単一生産物を想定する他の産業においては生産関数によって効率性を計測することが多い。生産関数の場合、その効率性は現実の生産量が生産フロンティアに達しない部分（すなわち生産量が少ない部分）で計測され、技術的（非）効率性（TE：technical (in)efficiency）と呼ばれる。これに対して費用関数で計測される効率性は費用効率性（CE：cost efficiency、あるいは経済効率性、overall efficiency）と呼ばれ、それは技術的効率性と配分効率性（AE：allocative efficiency）という2つの効率性を含む²。したがって、本稿で計測する効率性も技術効率性ではなく、配分効率性を含む費用効率性である。

3 確率的フロンティアモデルの計量経済学上の問題

3-1 推定方法

(3)式の推定方法について、説明する。(3)式には確率的誤差項 v と確率的費用非効率性 u の2つの攪乱項がある。この式をOLS（通常最小自乗法）で推定すると、スロープ係数は一致性を持つが定数項はバイアスを持つ推定値しか得られない。したがって効率性の指標を適切に計測するためには特別な推定方法が必要になる。その解決策として、大きく2つの方法が考えられている。1つは修正OLS（COLS：Corrected Ordinary Least Squares）であり、もう1つは最尤法（ML：Maximum Likelihood）である。

この両者を比較した場合、COLSよりも最尤法の方が漸近的に有効（efficient）な推定値を与え、またCoelli(1995)によれば小標本においても確率的効率性 u の影響が強ければ最尤推定量の方がCOLS推定量よりも統計的に優れた性質を持つことが示されている。そこで、現在では確率的フロンティアモデルには最尤法が用いられることが多い³。

(3)式のような確率的フロンティアモデルにおいて、誤差項 v には通常のモデルと同様に

相互にまた説明変数とも独立に分布する正規分布 $N(0, \sigma_v^2)$ を仮定する。確率的非効率性 u には誤差項 v と独立で非負という条件のもとで、いくつかの確率分布が従来の研究で提案されてきた。Aigner, Lovell and Schmidt(1977)は u に半正規分布 ($u \sim iidN^+(0, \sigma_u^2)$)、Stevenson(1980)は切断正規分布 ($u \sim iidN^+(\mu, \sigma_u^2)$)、Green(1990)は相互に独立なガンマ分布を仮定したモデルを示している。こうした分布の仮定は異なった最尤推定値を与えるが、Green(1990)は効率性の指標についてそれほど大きな違いを与えるものではない、と指摘している。したがって、本稿では切断正規分布ないしは半正規分布を仮定してパラメータを推定し、必要があれば他の分布を考える。

確率的誤差項 v は相互にまた説明変数とも独立で正規分布 $N(0, \sigma_v^2)$ 、確率的非効率性 u は誤差項 v や説明変数と独立で切断正規分布 ($u \sim iidN^+(\mu, \sigma_u^2)$) にそれぞれ従うと仮定すると、対数尤度関数を定義できる⁴。対数尤度関数を最大化するようにパラメータを選択し、モデルの妥当性が支持されるとパラメータ推定値から「全体の規模の経済性」((5)式)や「第 i 生産物の規模の経済性」((6)式)、「範囲の経済性」((9)式)、「費用効率性」((11)式)が計算できる。

3-2 非効率性の特定化

さらに次節の先行研究で紹介するように、単に効率性の計測にとどまらず、パネルデータを利用する時には効率性がどのような要因によって変動するかを含めて確率的フロンティアモデルを推定することも多い⁵。以下では、効率性の特定化を3種類に分けて整理する。

第1は、これまでの説明でベースとしたもっともシンプルなもので、パネルデータにおいて time-invariant モデルと呼ばれる次のようなモデルである。

$$u = u_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (12)$$

ここで添え字 i は個体を示す。分析の対象がクロスセクションデータであれば主体ごとに効率性が異なることを示し、(3)式に示したモデルがこれに該当する。パネルデータで推定する場合は、個体ごとに効率性の違いはあるがそれは時間を通じて不変 (time-invariant) を仮定していることになる。

第2のモデルは、パネルデータにおいて time-varying モデルと呼ばれる次のようなモデルである。

$$u = f(t) \bullet u_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (13)$$

ここで、 $f(t)$ は時間 t に依存する関数であり、例えば Battese and Coelli(1992)は次のような関数形を想定している。

$$f(t) = \exp\{-\eta(t-T)\} \quad (14)$$

ここで、 t はパネルデータの時点で $t = 1, \dots, T$ であり、 η が推定すべきパラメータである。この特定化において、パラメータ η の符号と値によって非効率性 u の増減とスピードが決まる。この特定化では個体毎の効率性の間に順位の逆転は生じず、時間を通じてすべての個体が一様に変化する。これとは異なり、Cornwell, Schmidt and Sickles(1990)では時間の経過に伴い個体の効率性の順位が変動するような $f(t)$ の特定化を提案している。

第3のモデルは、Battese and Coelli(1995)のように非効率性 u が観察できる他の変数に依存して変化するように内生化された次のようなモデルである。

$$u = \kappa_1 Z_{1it} + \kappa_2 Z_{2it} + \dots + \kappa_q Z_{qit} + w_{it} \quad (15)$$

ここで、 $z_{mit}, m = 1, \dots, q$ は非効率性 u に影響する変数、 $\kappa_{mit}, m = 1, \dots, q$ は推定の対象となる係数パラメータ、 w_{it} は切断正規分布や半正規分布に従う非負の確率変数である。

以上の3つのモデルに関して、推定方法はすでに説明した最尤法を適用できるが、第3のモデルについては、次節の先行研究でも紹介するように2段階で行われることもある。すなわち、第1段階で(3)式を推定し、第2段階で推定した(3)式の残差を被説明変数として(15)式を推定する方法である。この方法では、第2段階目の係数推定値から非効率性 u の理論値（予測値）を計算することができる⁶。

3-3 検定方法

確率的フロンティアモデルの検定方法について説明する。OLS 推定と異なり、確率的フロンティアモデルで用いられる最尤法は漸近理論に従うので、費用関数のパラメータに関

する t 値は t 分布ではなく漸近的に標準正規分布 ($N(0,1)$) に従うことを利用して検定する。

確率的フロンティアモデルの妥当性は、確率的非効率性 u の分散 σ_u を検定することで確認できる。Battese and Coelli(1992)が示すように、尤度関数における効率性のパラメータは $\sigma = (\sigma_u^2 + \sigma_v^2)^{1/2}$ や $\Gamma = \sigma_u / (\sigma_u + \sigma_v)$ のようにパラメーター化されるので、 Γ の t 値を漸近的標準正規分布を使って検定すれば分散 σ_u が有意に「ゼロ」と異なるかどうかを確認できる⁷。 Γ が大きく有意に「ゼロ」と異なれば非効率性 u の分散は相対的に大きく、確率的フロンティアモデルの妥当性が支持される。なお、 Γ は非負であるから通常の t 検定と異なり、両側検定ではなく片側検定である。

また、非効率性の確率分布が切断正規分布 ($u \sim iidN^+(\mu, \sigma_u^2)$) のように分散以外に μ のようなパラメータを持つ場合には、その t 値が漸近的標準正規分布に従うことを利用する。切断正規分布の位置パラメータ μ は、正負いずれの値もとりのるので t 値による検定は両側検定である。

しかし、Coelli(1995)はこうした t 値の漸近的正規性に基づく検定⁸はモンテカルロ実験により小標本におけるパフォーマンスが悪く、誤って帰無仮説を棄却する傾向が強いことを指摘している。そこで、(17) 式のような尤度比検定統計量 LR が自由度 J のカイ自乗分布 $\chi^2(J)$ に従うことを利用した次のような検定を推奨している。

$$LR = -2(\ln L_R - \ln L_U) \sim \chi^2(J) \quad (16)$$

ここで、 L_R は帰無仮説で制約されたモデルの最大化された尤度の値、 L_U は制約のない対立仮説のもとで最大化された尤度の値、 $\chi^2(J)$ の自由度 J は検定の対象となる制約の数である。

半正規分布を仮定する Γ の検定 ($H_0: \Gamma = 0$) では、自由度 1 のカイ自乗分布を使う片側検定となる。また、切断正規分布の場合は、 $H_0: \mu = \Gamma = 0$ という複合的な帰無仮説に対して、尤度比検定統計量 LR が近似的に自由度 2 のカイ自乗分布に従うことを利用する⁹。さらに非効率性の確率分布について、半正規分布 ($u \sim iidN^+(0, \sigma_u^2)$) か切断正規分布 ($u \sim iidN^+(\mu, \sigma_u^2)$) かの選択には $H_0: \mu = 0$ を検定すればよく、自由度 1 のカイ自乗分布による両側検定を行う。

このように、確率的フロンティアモデルでは t 値検定と尤度比検定の 2 種類の検定

方法が考えられるが、両者の結果が小標本で一致する保証はない。Simar and Wilson(2010)は Coelli(1995)と同様に t 値による検定の信頼度の低さを指摘し、尤度比検定やブートストラップ検定を推奨している。

ところで確率的フロンティアモデルにおいて、費用関数の誤差項は確率的誤差項 v と確率的費用非効率性 u の合成物であり、確率的誤差項 v が通常の仮定に従い「0」を中心に対称的に分布するのに対して、非効率性 u は非負 ($u > 0$) と仮定される。したがって、費用関数の残差は非効率性のためにプラス方向に広がりを持つはずで、その skewness (歪度) にはプラスであることが求められる。Simar and Wilson(2010)は、費用関数の残差の歪みを確認することなく確率的フロンティアモデルを推定する危険を指摘している。統計学的な有意性とは別に、費用関数の残差の歪みが正しい方向でなければ、費用関数における非効率性の存在に疑問が生じる。こうした "wrong skewness" 問題を回避するためには、費用関数の残差の skewness を確認することが望ましい¹⁰。

4 先行研究

ここでは、近年欧米で行われた高等教育機関の費用関数に関する確率的フロンティアモデルの研究を展望する。取り上げるのは、いずれも 2000 年以降に発表された 5 つの論文である。

4-1 : Robst(2001)

Robst(2001)は、米国の 4 年制大学 440 校の 1991 年から 95 年の 5 年間にわたるパネルデータを対象に、確率的フロンティア費用関数を推定している。費用関数の形は規模の経済性の計測によく用いられる 2 次関数で、非効率性について(15)式のように内生化したモデルを考え、その誤差項には半正規分布を仮定する。推定は、Frontier4.1 (Coelli(1996)) による最尤法で、費用関数と非効率性をモデル化した(15)式が同時に推定されている。

費用関数の被説明変数は総支出額、説明変数の生産物として、学部生¹¹、大学院生、研究支出の 3 種類、生産要素価格として教員給与、それ以外に研究機関や博士課程・修士課程の有無に応じて分類されたダミー変数を用いている。また非効率性の動きを説明する重要な変数として、大学収入に占める各州の補助金の割合を含んでいる。

主要な結論は、非効率性を含む確率的フロンティアモデルは統計的に支持され、大学収入に占める州補助金の割合は非効率性に対してマイナスの（すなわち、効率性を高める）

効果を持つ、あるいは少なくとも非効率性を高めるとは言えない、というものである。すなわち、州は補助金の削減を検討しているが、それは大学の効率性をかえって悪化させるのではないかと主張していることになる。こうしたことが生じる背景としては、州からの補助金は州政府の大学に対する監督の源泉となり、それが薄れるとマーケットからの監督が行き届きにくい高等教育機関では効率性が低下する、と考えることもできる。なお、論文では大学毎の効率性指標は明示されていない。

4－2：Izadi,Johnes,Oskrochi and Crouchley(2002)

Izadi,Johnes,Oskrochi and Crouchley(2002)は、英国の大学 99 校の 1994 年度のクロスセクションデータを対象に、確率的フロンティア費用関数を推定している。費用関数の形は生産関数の推定によく用いられる CES 関数で、規模の経済性や範囲の経済性ととも非効率性を計測することが論文の目的であり、非効率性について(13)式のような最もシンプルなモデルを想定し、確率分布として半正規分布を仮定する。推定は、GAUSS386 (Aptech Systems,Inc) で作成されたプログラムを使い最尤法で行われている。

費用関数の被説明変数は総支出額で、説明変数は文系学部生、理系学部生、大学院生、研究補助金という 4 種類の生産物であり、要素価格を表す変数などは含まれていない。

主要な結論として、第 1 に、非効率性を含む確率的フロンティアモデルはある検定では統計的に支持されるが別の検定では支持されないため、モデルの妥当性を示す強い理由は無い。第 2 に、規模の経済性は大学院や研究に関して認められるが、全体や学部に関してはあったとしても小さく、理系の全体や学部については認められない。また範囲の経済性については、認められない。第 3 に、大学毎の効率性に関する指標をみると、1 位オックスフォード、2 位シェフィールド、3 位ケンブリッジ、である。

4－3：Stevens(2005)

Stevens(2005)は、英国の大学 80 校の 1995 年から 98 年の 4 年間にわたるパネルデータを対象に、確率的フロンティア費用関数を推定している。費用関数の形はトランスログ・モデルで、非効率性について(15)式のように内生化したモデルを考え、その誤差項には切断正規分布を仮定する。推定は、費用関数と非効率性をモデル化した(15)式を最尤法により同時推定している。

費用関数の被説明変数は総支出額で、説明変数の生産物は理系学部生、文系学部生、大

大学院生、研究資金の4種類、それに生産要素価格として教員の平均給与や学生の質を表す指標が含まれている。非効率性の説明変数はタイムトレンドを除くと、大きく教員の質に関するものと学生の質に関するものに大別される。前者には教員の年齢（50歳以上）、性別、人種（非白人）、職位（教授、上級講師）、研究活動量が含まれ、後者には学生の年齢（25歳以上）、性別、人種（非白人）、出身階層（保護者の職業による分類）、出身国（非EU）、文系学生の割合が含まれている。

主な結論は、非効率性を含むモデルは統計的に支持され、非効率性に影響するタイムトレンドの係数はマイナスで、時間の経過に伴い大学の効率性が改善していることを示している。ただし、費用関数のタイムトレンド項はプラスなので、費用自身が削減されているわけではない。また、効率性を改善する要因として、教員に関しては非白人、高い職位、活発な研究活動が挙げられ、学生に関しては25歳以上、低い階層の出身、が挙げられる。反対に効率性を悪化させる要因として、教員に関しては50歳以上、学生に関しては女性と質の高さ、が挙げられる。大学毎の効率性が各年ごとに示され、その各年間の相関係数を示して効率性に関して大学間で大きな変動が無いことを指摘している。ちなみに、4年間の平均で、1位インペリアル、2位オックスフォード、3位（同点）ケンブリッジとサザンプトン、4位シェフィールド、となっており、インペリアル大学以外の3大学が上位であることは Izadi, Johnes, Oskrochi and Crouchley(2002)と同じである。

4-4 : Mcmillan and Chan(2006)

Mcmillan and Chan(2006)は、カナダの大学45校の1992年度のクロスセクションデータを対象に、確率的フロンティア（SFA）費用関数を推定している。論文の目的はDEAとSFAで効率性の指標を比較考察することである。費用関数は簡単化のためにいくつかの説明変数を除いたトランスログ・モデルであり、非効率性については(14)式のように効率性だけを計測するモデルと(15)式のように内生化したモデルの2つを推定している。推定方法はいずれも最尤法だが、(14)式のモデルでは確率的非効率性に指数関数を仮定し計量分析パッケージLIMDEP（Green(1996)）で推定し、(15)式のように内生化したモデルでは切断正規分布を仮定しFrontier4.1（Coelli(1996)）で推定している¹²。

費用関数の被説明変数は経常支出と研究支出の合計で、説明変数は理系学部生、理系以外の学部生、修士課程院生、博士課程院生、研究支出の生産物5種類と、生産要素価格を表す教員の平均給与や、文系・理系の研究助成金、PhD（課程博士）プログラムの有無を

示すダミー変数などが含まれている。非効率性を推定するモデルでは説明変数として、200km 以内の大学の学生数、3・4年次のクラスサイズが26人以下の比率、プログラムに占める専門科目のハーフィンダール指数、パートタイム学生の比率などが含まれている。

先にも述べたように、本稿の目的は DEA と SFA で効率性の指標を比較考察することであり、費用関数や非効率性の説明変数の符号や有意性について多くの議論は無い。またモデルにより推定値はかなり異なっている。効率性の指標や大学毎のランキングも、DEA と SFA で異なり、また SFA の特定化によっても大きく異なっている。しかし、著者らは個々の大学の相対的位置は計測方法やモデルが異なっても基本的に整合的であると主張している。

4－5：Horne and Hu(2008)

Horne and Hu(2008)は、オーストラリアの大学 36 校の 1995 年から 2002 年の 8 年間にわたるパネルデータを対象に、確率的フロンティア費用関数を推定している。費用関数の形はコブ・ダグラス型で、非効率性について(15)式のように内生化したモデルを仮定する。

推定の手順として、まずパネルデータにおいて全ての大学の費用関数のパラメータを共通とすべきかを F 検定で確認している。これにより、定数項を除きスロープ係数は共通であるという結果を得ている。次に、費用関数の非効率性 u を確率変数とするか非確率変数とするか、というモデル選択を行っている。ハウスマン・テスト (Hausman(1978)) によって非効率性 u が確率変数であれば変量効果モデル、非確率変数であれば固定効果モデルが適切となる。ここでは検定の結果、変量効果モデルが選ばれている。この結果、非効率性 u が確率変数となり確率的フロンティアモデルが適切となる。

ここから先は、前節で言及した修正 OLS (COLS) の考え方にしたがって、次のような 2 段階の推定を行っている。ハウスマン・テストの際には変量効果モデルとして、費用関数を実行可能 GLS (estimated or feasible generalized least squares: EGLS あるいは FGLS) で推定し、各時点ごとに残差の最小値を最も効率的な状態とみなし、各残差と最小値との差分をもとめ、それを第 2 段階の被説明変数として(15)式を OLS 推定している。

費用関数の被説明変数は総支出額であり、説明変数は大学院生、学部生、理工系学生の比率、社会人学生の比率、その他学生の比率で、教員給与のような要素価格は含まれない。また非効率性の説明変数としては、定数項と 1 次と 2 次のタイムトレンドの他に、教員学

生比率が含まれている。

主な結論として、第1にすでに述べたようにハウスマン検定によって確率的フロンティアモデルが支持されること。第2に、教員学生比率は非効率性に対していくつかの大学で有意にマイナスの効果を持ち、反対に有意にプラスの効果を持つことは確認されないで、少なくとも効率化に貢献する可能性が高いこと。第3に、効率性のランキングをみると上位10校に「グループ8」として協定を結ぶオーストラリアの主要大学8校のうち1校しか含まれておらず、またオーストラリアを代表する世界的な大学であるオーストラリア国立大学はサンプル期間中を通じて一貫して最下位であること、などが示されている。

5 分析結果と考察

本節では、平成16年度から平成20年度の5年間にわたる日本の国立大学81校を対象にした確率的フロンティアモデルの分析結果を考察する。本稿で推定した基本モデルは、(3)式のトランスログ費用関数に国立大学法人財務分析研究会編(2008)に従い国立大学の特性を示す5つのダミー変数を加えた次のようなモデルである。

$$\begin{aligned} \ln C = & a_0 + \sum_j a_j \ln y_j + \sum_i \beta_i \ln p_i \\ & + \frac{1}{2} \sum_j \sum_k \alpha_{jk} \ln y_j \ln y_k + \frac{1}{2} \sum_i \sum_l \beta_{il} \ln p_i \ln p_l + \sum_j \sum_i \gamma_{ji} \ln y_j \ln p_i \\ & + \delta_1 Dum_1 + \delta_2 Dum_2 + \delta_3 Dum_3 + \delta_4 Dum_4 + \delta_5 Dum_5 + v + u, \quad i, l = 1, 2 \quad j, k = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (17)$$

ここで、 Dum_1 は付属病院を有しない総合大学(医無総大)10校を「1」他は「0」とするダミー変数、 Dum_2 は理工系大学(理工大)12校を「1」他は「0」とするダミー変数、 Dum_3 は文科系大学(文科大)5校を「1」他は「0」とするダミー変数、 Dum_4 は医科系大学(医科大)4校を「1」他は「0」とするダミー変数、 Dum_5 は教育系大学(教育大)12校を「1」他は「0」とするダミー変数である。すなわち、基準となる大学は旧帝国大学7校と付属病院を有する総合大学31校であり、これらの大学よりも費用が高い場合はダミー変数の係数がプラスとなり、低い場合はマイナスとなる。

データは北坂(2011)と同様であり、そこで詳しく説明されているのでここでは簡潔な説明にとどめる。費用関数の被説明変数 C は、国立大学が公表する財務データから収集された経常費用と臨時損失の合計である。国立大学の生産物として学部教育、大学院教育、研

究活動の3種類を考え、それらの代理変数として学部学生数 y_1 、大学院生数 y_2 、科学研究費補助金 y_3 を用いる。また生産要素として、教員、職員、その他の研究・教育活動に要する生産要素、の3種類を選び、それに対応する要素価格をその他の研究・教育活動に要する要素価格を基準に相対価格化して教員給与 p_1 、職員給与 p_2 とする。要素価格を相対価格化することによって費用関数の要素価格に関する1次同次性は推定に先立ち制約として与えられることになる。

次に費用の非効率性 u については、Battese and Coelli(1992)に従い(14)式と(15)式のように特定化する。すなわち、パラメータ η に依存して、時間の経過とともに国立大学の非効率性が一様に変化するようなモデルを仮定する。また非効率性 u の確率分布については、切断正規分布 ($u \sim iidN^+(\mu, \sigma_u^2)$) を仮定する。以上のように特定化すると、非効率性 u について、その分散以外にパラメータとして η と μ が推定の対象になる。こうした非効率性の特定化が適切であるかどうかは、仮説検定によって確認する。

まず予備的に、(17)式の費用関数を OLS で推定した結果が、表1に示されている。これを見ると分かるように、自由度修正済み決定係数は高くダービン・ワトソン値も良好だが、いくつかのパラメータが統計的に有意ではない。そこでこれらの有意性の低いパラメータを落とし、簡略化されたトランスログ費用関数を推定した。その結果が、表2である。表2の結果も決定係数は高くダービン・ワトソン値は良好で、個々の推定値の有意性は高い。いずれの費用関数においても skewness は正であり、費用関数の残差に非効率性の情報が残されている可能性が高い。

表1、表2

そこで、簡略化されたトランスログ費用関数と非効率性に関する(14)、(15)式を対象に確率的フロンティアモデルを推定した。その結果が、表3、表4、表5である。表3は非効率性に関して $\eta = 0$ と $\mu = 0$ という制約を与えたモデル A、表4は非効率性に関して $\eta = 0$ という制約を与えたモデル B、表5は非効率性に関するパラメータ η と μ を両方とも推定したモデル C、の結果である。推定は Frontier4.1 (Coelli(1996)) を利用し、最尤法によって費用関数と非効率性のモデルを同時推定している。

表3、表4、表5

まず表2を含めて全体の傾向をみると、費用関数の推定値についてモデルによりまったく異なるということはなく、それほど大きな違いはないという印象を受ける。国立大学の特性を示すダミー変数の係数推定値 ($\delta_1 \sim \delta_5$) に注目すると、もっとも経費の高いのが医科系大学で、その次が旧帝国大学と付属病院を有する総合大学、次いで教育系大学、その次が付属病院を有しない総合大学と理工系大学で、もっとも経費の低いのが文科系大学、という傾向が読み取れる。この傾向は、モデルに依存せず頑健な結果である。

確率的フロンティアモデルの非効率性に関するパラメータのt値をみると、モデルA、B、Cのいずれにおいても σ^2 や Γ の統計的有意性は高い。またt値タイプよりも信頼性が高いとされる尤度比検定タイプの統計量を表3から表5のLRA、LRB、LRC¹³でも、いずれもモデルの妥当性が強く支持される。 Γ の推定値は0.87~0.94であり、非効率性による変動部分が全体の中で9割前後と大きいことが分かる。このように、確率的フロンティアモデルの妥当性ははっきりと支持される。

ここで推定した3種類の確率的フロンティアモデルについて、モデル選択の視点からみると、切断正規分布の位置パラメータ μ と非効率性変化の方向とスピードを示すパラメータ η の妥当性が焦点になる。切断正規分布の位置パラメータ μ の統計的有意性は、表4と表5のt値タイプで支持されており、また表4の尤度比検定タイプLR μ でも支持されている。したがって、非効率性に関する確率分布の特定化としては半正規分布よりも切断正規分布が支持される。非効率性変化の方向とスピードを示すパラメータ η については、表5のt値によりゼロと有意に異なる正の値が支持される。尤度比検定タイプLR η でも、その妥当性が支持される。したがって、非効率性に関する(14)、(15)式の特定化が選ばれ、国立大学の費用についてその非効率性は時間の経過に従い改善する方向であることが分かる。

費用関数の推定値から規模の経済性や範囲の経済性を計算した結果が、表6にまとめられている。これをみると、規模の経済性について、非効率性を考慮しないモデル（モデル1、2）と非効率性を考慮する確率的フロンティアモデル（モデルA,B,C）で大きな傾向に違いはないが、非効率性を考慮しない場合には研究を除いてやや過大な推定となっていることがわかる。研究の規模の経済性については、効率性を考慮すると反対にその程度が大きくなる。確率的フロンティアモデルの特定化の違いでは、規模の経済性に関する差はほとんどみられない。

表6

範囲の経済性については、学部と大学院、大学院と研究の間で非効率性を考慮しないときには範囲の経済性が認められるが、非効率性を考慮するとその値は大きく低下し、モデル B や C では大学院と研究に関して符号が逆転するという結果になった。特に非効率性のパラメータについてモデル選択により最も適切とされたモデル C では、学部と研究に加えて大学院と研究の間に範囲の不経済の可能性が生じ、学部と大学院についても符号は負だがその値は非常に小さく、範囲の経済性について一様にその存在が疑われる結果となっている。このことは非効率性を考慮せずに費用関数を推定すると、大学の範囲の経済性について誤った結論を導く可能性を示唆している。

最後に、非効率性の指標について考察する。モデル選択により非効率性の確率分布について切断正規分布を仮定し、時間の経過により非効率性が変化するモデルが選ばれたので、モデル C に基づいて計算された個々の国立大学の非効率性指標を検討する。表 7 (1) (2) にはモデル C から(11)式に基づいて計算された大学の非効率性の指標がその低い（すなわち効率性の高い）順に示されている。効率性の上位には、小樽商科大学や鹿屋体育大学のような単科大学が位置し、順位の最下位にも鳴門教育大学や東京芸術大学、東京工業大学のような単科大学がみられる。旧帝大のような大規模総合大学について、効率性の指標は上位あるいは下位に偏る傾向はみられない。

表 7 (1) (2)

表 7 では時間の経過により費用効率性が改善する動きが示されている。(15)式のような特定化をしているので時点ごとの細かい変化は計測できないが、効率性トップの小樽商科大学の改善割合は 5 年間で 0.35%だが、効率性最下位の東京工業大学の改善割合は 8.57%と改善のスピードに大きな開きがあることが分かる。また、大学間の効率性の違いをトップに対する最下位の非効率性指標の割合でみると、5 年間の平均で 1.75 倍の違いが計測されている。

最後に、非効率性指標（5 年間の平均値）のヒストグラムが図 1 に描かれている。これを見ると、最頻値（mode）は非効率性指標 1.1～1.2 の階級で、その前後に旧帝大のような大規模総合大学が含まれている。

6 まとめ

本稿では、確率的フロンティアコスト分析（SFA）の方法を整理し、そうした分析を大学の効率性計測に応用した諸外国の研究を展望するとともに、日本の国立大学を対象に確率的フロンティアコストモデルによる実証分析の結果を考察した。

平成 16 年度（2004 年度）から平成 20 年度（2008 年度）の 5 年間にわたる日本の国立大学 81 校を対象にした分析によって以下のようなことが明らかになった。

第 1 は、日本の国立大学の費用関数の推定にあたり確率的フロンティアモデルの応用が有益であることが明らかになった。確率的フロンティアモデルを用いることによって確率的非効率性が明示され、その分散の大きさは本来の攪乱項の分散とあわせた全体の 9 割前後とかなり大きな部分を占める。

第 2 は、確率的非効率性を無視した従来の費用関数の推定値から計算された規模の経済性や範囲の経済性の指標は、バイアスを持つ可能性が示された。本稿の計測では、費用関数だけの推定から計測された規模と範囲の経済性は過大推定されている可能性があり、特に範囲の経済性については確率的フロンティアモデルから計測すると、その存在が疑われるという結果を得た。

第 3 は、確率的フロンティアモデルの結果から計測された国立大学の非効率性指標には大学間におおきなばらつきがあることと、その 5 年間の変化は効率性を改善する方向に向かっていることが示された。

以上のように、本稿の結果は確率的フロンティアモデルが日本の大学の分析にも有効であることを示しているが、残された課題もある。その中でもっとも重要な課題は、非効率性の特定化に関するものである。本稿では、非効率性が時間に依存して単調に変化するよう特定化した。先行研究が行っているように大学運営の効率性を左右する要因を明示的にモデルに取り入れることは、大学運営の効率化を目指すうえで重要な論点になる。

脚注

- ¹ こうした DEA の問題を改善しようとする確率的 DEA (Morita and Seiford(1999)) や DEA に基づく仮説検定 (Banker(1996)) についても研究は進められている。
- ² 効率性の概念については、Kumbhaker and Lovell(2000)や Coelli,Rao,O'Donnell and Battese(2005)を参照。
- ³ 確率的フロンティアモデルに Kopp and Mullahy,(1990)のように GMM (一般化積率推定法) を用いる研究もある。
- ⁴ 尤度関数の具体的な記述は、例えば Battese and Coelli(1992)を参照。
- ⁵ 以下の説明は、主に Coelli et.al.(2005)を参照した。
- ⁶ ただし、こうした 2 段階法では費用関数の説明変数と非効率性の説明変数の間に相関がある場合に費用関数の推定値にバイアスが生じることや、両者に相関がなくても非効率性の指標がバイアスを持つなど大きな問題のあることが Kumbhaker and Lovell(2000,ch 7) や Wang and Schmidt(2002)で指摘されている。
- ⁷ 確率的フロンティアモデルにおける分散の相対的大きさは Izadi et.al(2002)他でみられるように $\lambda = \sigma_u / \sigma_v$ とパラメータ化されることも多い。ここでは、Battese and Coelli (1992)などに従い $\Gamma = \sigma_u / (\sigma_u + \sigma_v)$ を用いる。後者の利点は、推定の際にパラメータ空間が $0 \leq \Gamma \leq 1$ に限定され、繰り返し計算の初期値の探索が容易なことが挙げられる。なお、先行研究では $\gamma = \sigma_u / (\sigma_u + \sigma_v)$ という表記が用いられることが多いが、本稿ではトランスログ費用関数のパラメータに γ を使うので大文字 Γ を用いる。
- ⁸ 標準正規分布を用いることから z 検定と呼ばれることもある。
- ⁹ 厳密には、この場合の尤度比検定統計量は混合カイ自乗分布に従うので、その臨界値は通常のカイ自乗分布よりも小さいと考えられる。Coelli et.al.(2005,ch9)の議論を参照。
- ¹⁰ Coelli(1995)は、残差の skewness に基づく検定を提案している。
- ¹¹ ここで紹介する研究をはじめ欧米の分析では、いずれも教育の指標は the full-time equivalent enrollment という概念が用いられる。これは学生によって履修単位数が大きく異なることを考慮したもので、単純な学生数 (在籍者数) ではなくフルタイムの学生に相当するように取得単位数などで学生数を調整した教育の量的指標である。日本の大学に関して、こうした統計は公表されていない。
- ¹² 著者たちは、当初 FRONTIER4.1 ですべて計算を試みたがシンプルなモデルでは収束せず、指数分布で推定するために LIMDEP を使ったと述べている。
- ¹³ それぞれの検定統計量の計算は (16) 式に従い次の通りである。
$$LRA = -2 \times (328.7255 - 501.0588) = 344.6666 > \chi_{0.05}^2(1) = 3.84$$

$$\text{LRB} = -2 \times (328.7255 - 502.9946) = 348.5382 > \chi^2_{0.05}(2) = 5.99$$

$$\text{LRC} = -2 \times (328.7255 - 514.3508) = 371.2505 > \chi^2_{0.05}(3) = 7.81$$

$$\text{LR}\mu = -2 \times (501.0588 - 502.9946) = 3.8716 > \chi^2_{0.05}(1) = 3.84$$

$$\text{LR}\eta = -2 \times (502.9946 - 514.3508) = 22.7124 > \chi^2_{0.05}(1) = 3.84$$

カイ自乗分布の臨界値は参考値である。注9を参照。

参考文献

- Abbott, M. and Doucouliagos, C. (2003) "The efficiency of australian universities: a data envelopment analysis," *Economics of Education Review*, Vol.22, pp. 89–97.
- Aigner, D., K. Lovell and P. Schmidt,(1977),"Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models," *Journal of Econometrics*, Vol.6, pp. 21-37.
- Athanassopoulos, A. D. and Shale, E.,(1997)"Assessing the comparative efficiency of higher education institutions in the UK by mean of data envelopment analysis," *Education Economics*, Vol.5, pp.117-134.
- Banker, R., (1996) "Hypothesis test using data envelopment analysis," *Journal of Productivity Analysis*, Vol.7, pp.139-159.
- Battese, G. and T. Coelli,(1988) "Prediction of Firm-level Technical Efficiencies with a Generalized Frontier Production Function and Panel Data," *Journal of Econometrics*, Vol.38, pp.387-399.
- Battese G. and T. Coelli,(1992) "Frontier production functions, technical efficiency and panel data with application to paddy farmers in india," *Journal of Productivity Analysis*, Vol.3, pp.153-169.
- Battese, G. and T. Coelli,(1995) "A Model for Technical Inefficiency Effects in a Stochastic Frontier Production Model for Panel Data," *Empirical Economics*, Vol.20, pp. 325-332.
- Baumol, W. J., J. C. Panzar, and R. D. Willig, (1982) *Contestable Markets and the Theory of Industry Structure*, Harcourt Brace Jovanovich.
- Breu,T. M. and Raab R. L.(1994)"Efficiency and perceived quality of the nation's "top 25" National Universities and National Liberal Arts Colleges: An application of data envelopment analysis to higher education," *Socio-Economic Planning Sciences*, Vol.28, Issue 1, pp.33-45.
- Coelli, T.,(1995) "Estimators and hypothesis tests for a stochastic frontier function: a Monte Carlo analysis," *Journal of Productivity Analysis* Vol.6,pp.247–268.
- Coelli, T.,(1996) "A Guide to FRONTIER Version 4.1: A Computer Program for Stochastic Frontier Production and Cost Function Estimation," CEPA Working Papers (University of New England, NSW, Australia) , #96/07.

- Coelli, T.J., D.S.P. Rao, C.J. O'Donnell and G.E. Battese, (2005) *An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis*, 2nd, Springer.
- Cornwell, C., P. Schmidt and R.C. Sickles (1990) "Production Frontiers With Cross-sectional and Time-series Variation in Efficiency Levels," *Journal of Econometrics*, Vol.46, pp.185-200.
- De Groot, H., W. W. McMahon and J. F. Volkwein, (1991) "The Cost Structure of American Research Universities," *Review of Economics and Statistics*, Vol.73, pp.424-431.
- Glass, J. C., D. G. McKillop and N. Hyndman, (1995) "Efficiency in the Provision of University Teaching and Research: An Empirical Analysis of UK Universities," *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 10, No. 1, pp. 61-72.
- Greene, W., (1990) "A Gamma Distributed Stochastic Frontier Model," *Journal of Econometrics*, Vol.46, pp. 141-163.
- Greene, W. H. (1996), *LIMDEP Version 7.0 Reference Guide*, New York: New York University.
- Hashimoto, K., and E. Cohn, (1997) "Economies of Scale and Scope in Japanese Private Universities," *Education Economics*, Vol.5, pp.107-116.
- Hausman, J.A., (1978) "Specification Tests in Econometrics," *Econometrica*, Vol.46, No.6, pp.1251-1271.
- Horne, J. and Hu, B., (2008) "Estimation of Cost Efficiency of Australian Universities," *Mathematics and Computers in Simulation*, Vol.78, No.2-3, pp.266-275.
- Izadi, H., G. Johnes, R. Oskrochi, R. Crouchley, (2002) "Stochastic frontier estimation of a CES cost function: the case of higher education in Britain," *Economics of Education Review*, Vol.21, pp. 63-71.
- Johnes, G., (1997) "Costs and industrial structure in contemporary British higher education," *Economic Journal*, Vol.107, pp. 727-737.
- Johnes, G. and Johnes, J. (1993) "Measuring the research performance of UK economics departments: an application of data envelopment analysis," *Oxford Economic Papers*, Vol.45, pp.332-347.
- Jondrow, J., K. Lovell, I. Materov and P. Schmidt, (1982) "On the Estimation of Technical

- Inefficiency in the Stochastic Frontier Production Function Model,” *Journal of Econometrics*, Vol.19, pp.233-238.
- Kopp,R.J. and J. Mullahy,(1990) “Moment-based estimation and testing of stochastic frontier models,” *Journal of Econometrics*,Vol46, pp.165-183.
- Koshal, R. K., and M. Koshal, (2000) “Do Liberal Arts Colleges Exhibit Economies of Scale and Scope? ,” *Education Economics*, Vol.8, No.3, pp.209-220.
- Kumbhakar,S. and Lovell,K.,(2000) *Stochastic Frontier Analysis*, Cambridge University Press.
- Laband, D. N. and B. F. Lentz, (2003) “New Estimates of Economies of Scale and Scope in Higher Education,” *Southern Economic Journal*, Vol.70, No.1, pp.172-183.
- McMillan, M. L. and W.H. Chan,(2006) “University Efficiency: A Comparison and Consolidation of Results from Stochastic and Non-stochastic Methods,”*Education Economics*,Vol.14, No. 1, pp.1–30.
- McMillan, M. L. and A. Datta, (1998) “The relative efficiencies of Canadian universities: a DEA perspective,” *Canadian Public Policy*, Vol.24 No.4, pp. 485–511.
- Meeusen, W. and J. van den Broeck (1977) “Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Production Functions With Composed Error,” *International Economic Review*, Vol.18, pp.435-444,
- Morita,H. and L. M. Seiford,(1999) “Characteristics on stochastic DEA efficiency; reliability and probability begin efficient,” *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol. 42, no. 4, pp. 389-404.
- Nelson, R., and K. T. Hevert, (1992) “Effect of Class Size on Economies of Scale and Marginal Costs in Higher Education,” *Applied Economics*, Vol.24, pp.473–482.
- Robst,J.,(2001) “Cost Efficiency in Public Higher Education Institutions,” *Journal of Higher Education*, Vol. 72, No. 6, pp.730-750.
- Sarafoglou, N.and Haynes, K. E., (1996) “University productivity in Sweden: a demonstration and explanatory analysis for economics and business programs,” *Annals of Regional Science*, Vol.30, pp. 285–304.
- Simar,L and P. W. Wilson,(2010) “Inferences from Cross-Sectional, Stochastic Frontier Models,” *Econometric Reviews*, Vol.29,No.1,pp.62–98.

- Stevens, P.A., (2005) "A Stochastic Frontier Analysis of English and Welsh Universities," Education Economics, Vol. 13, No. 4, pp.355-374.
- Stevenson, R. E., (1980) "Likelihood Functions for Generalized Stochastic Frontier Estimation," Journal of Econometrics, Vol.13, pp.57 - 66.
- Wang, H. and P. Schmidt, (2002) "One Step and Two Step Estimation of the Effects of Exogenous Variables on Technical Efficiency Levels," Journal of Productivity Analysis, Vol.18, pp. 129-144
- 播磨谷浩三, (2004) 「信用金庫の効率性の計測—DEA と確率的フロンティア関数との比較—」『金融経済研究』第 21 号, pp.92-111.
- 北坂真一 (2011a) 「国立大学の費用関数：トランスログ・コストシェアモデルによる同時推定」同志社大学経済学部ワーキングペーパーNo40.
- 北坂真一 (2011b) 「私立大学の費用関数：トランスログ・コストシェアモデルによる同時推定」同志社大学経済学部ワーキングペーパーNo41.
- 国立大学法人財務分析研究会編, (2008) 『平成 19 年度版国立大学の財務』発行：独立行政法人国立大学財務・経営センター, pp.1-857.
- 水田健輔, (2007) 「国立大学法人におけるベンチマーキングの可能性」『国立大学法人後の財務・経営に関する研究』（国立大学財務・経営センター）pp.335-365.
- 村澤昌崇, (2006) 「学生の入学以前・入学時点の学習状況と大学での学習成果：DEA の応用による一考察」『COE 研究シリーズ』（広島大学高等教育研究開発センター）第 18 号, pp.71-100.
- 中島英博・キース J.モーガン・鳥居朋子・小湊卓矢・池田輝政, (2004) 「国立大学における規模及び範囲の経済に関する実証分析」『名古屋高等教育研究』第 4 号, pp.91-104.
- 中山徳良 (2003) 「確率的費用フロンティアを用いた水道事業の効率性分析」『経済政策ジャーナル』第 1 巻, 第 1・2 号, pp.102-110.
- 妹尾渉, (2004) 「研究と教育に関する規模の経済と範囲の経済——日本の国立大学の場合——」『国際公共政策研究』, 第 8 巻第 2 号, pp.1-15.
- 妹尾渉, (2003) 「日本の医学部教育・研究の効率性分析—設置形態に注目して—」日本教育社会学会第 55 回大会報告論文.
- 菅原千織, (2009a) 「国立大学の規模と範囲の経済性—パネル・データ分析—」『同志社大

- 『学経済学論叢』第 61 巻第 1 号, pp.117-151.
- 菅原千織,(2009b)「国立大学の規模と範囲の経済性—トランスログ・モデルによる推定—」
『同志社大学経済学論叢』第 61 巻第 2 号, pp.147-170.
- 筒井義郎・佐竹光彦・内田浩史,(2005)「都市銀行における効率性仮説」,RIETI Discussion
Paper Series 05-J-027.
- 山内直人研究室(近江舞, 大塚亜紗人, 桑井久輝, 中川浩幸, 松本紗矢香, 好村早織), (2006)
「国立大学法人の今後のあり方—規模および範囲の経済性に関する実証分析を通して—」ISFJ 日本政策学生会議「政策フォーラム 2006」[http://www.isfj.net/
ronbun_backup/2006/sangyo/yamauchi2.pdf](http://www.isfj.net/ronbun_backup/2006/sangyo/yamauchi2.pdf).
- 山崎その・伊多波良雄,(2009)「国立大学法人における経営の効率性改善」『同志社政策科学研究』第 11 巻第 1 号,pp.97-113.
- 山崎その・伊多波良雄,(2009)「国立大学法人の効率性と生産性の計測—Malmquist 生産性
指数によるアプローチ—」『会計検査研究』No.41,pp.117-133.

表1 推定結果（モデル1：OLS）

パラメータ	推定値	標準誤差	t-統計量	p-値
α_{00}	10.5881	0.0172	614.0510	[0.000]
α_{01}	0.2256	0.0343	6.5616	[0.000]
α_{02}	0.1161	0.0415	2.7936	[0.005]
α_{03}	0.3343	0.0312	10.7031	[0.000]
β_{01}	-0.2001	0.1120	-1.7862	[0.075]
β_{02}	-0.0771	0.0972	-0.7934	[0.428]
α_{11}	0.0367	0.0476	0.7713	[0.441]
α_{12}	-0.0979	0.0370	-2.6402	[0.009]
α_{13}	-0.0583	0.0305	-1.9085	[0.057]
α_{22}	0.4230	0.0518	8.1650	[0.000]
α_{23}	-0.2586	0.0313	-8.2589	[0.000]
α_{33}	0.2689	0.0350	7.6723	[0.000]
β_{11}	1.2756	0.2966	4.3000	[0.000]
β_{12}	-1.2403	0.4305	-2.8808	[0.004]
β_{22}	1.3645	0.6648	2.0523	[0.041]
γ_{11}	-0.0930	0.0837	-1.1116	[0.267]
γ_{12}	0.2431	0.1127	2.1563	[0.032]
γ_{21}	0.0888	0.0917	0.9689	[0.333]
γ_{22}	-0.1699	0.1425	-1.1925	[0.234]
γ_{31}	-0.1312	0.0819	-1.6020	[0.110]
γ_{32}	0.0816	0.1109	0.7361	[0.462]
δ_1	-0.8628	0.0226	-38.0805	[0.000]
δ_2	-0.8901	0.0279	-31.8254	[0.000]
δ_3	-1.1350	0.0357	-31.7430	[0.000]
δ_4	0.4854	0.0784	6.1907	[0.000]
δ_5	-0.7454	0.0403	-18.4875	[0.000]
adjR ²	0.9883	LLF	337.237	
D.W	1.9321	skewness	0.2249	

注：adjR²は自由度調整済み決定係数、LLFは最大化された対数尤度の値、
D.Wはダービンワトソン値、skewnessは残差の歪度である。

表2 推定結果（モデル2：OLS）

パラメータ	推定値	標準誤差	t-統計量	p-値
α_{00}	10.5947	0.0135	780.033	[0.000]
α_{01}	0.2810	0.0241	11.6360	[0.000]
α_{02}	0.0706	0.0373	1.8915	[0.059]
α_{03}	0.3501	0.0264	13.2141	[0.000]
α_{12}	-0.1413	0.0184	-7.6614	[0.000]
α_{22}	0.4181	0.0450	9.2787	[0.000]
α_{23}	-0.2527	0.0251	-10.0386	[0.000]
α_{33}	0.2483	0.0222	11.1811	[0.000]
β_{11}	1.5252	0.2527	6.0338	[0.000]
β_{12}	-1.1389	0.3595	-3.1673	[0.002]
β_{22}	1.9973	0.6097	3.2757	[0.001]
γ_{12}	0.1665	0.0679	2.4528	[0.015]
δ_1	-0.8618	0.0206	-41.8130	[0.000]
δ_2	-0.8687	0.0236	-36.7143	[0.000]
δ_3	-1.1487	0.0322	-35.5867	[0.000]
δ_4	0.5898	0.0467	12.6085	[0.000]
δ_5	-0.7476	0.0320	-23.3153	[0.000]
adjR ²	0.9881	LLF	328.7255	
D.W	1.9470	skewness	0.1693	

注：adjR²は自由度調整済み決定係数、LLF は最大化された対数尤度の値、
D.W はダービンワトソン値、skewness は残差の歪度である。

表3 推定結果（モデル A：最尤法）

パラメータ	推定値	標準誤差	t 値
α_{00}	10.4028	0.0252	413.2166
α_{01}	0.3049	0.0394	7.7458
α_{02}	0.2450	0.0370	6.6225
α_{03}	0.1919	0.0301	6.3724
α_{12}	-0.1053	0.0239	-4.4129
α_{22}	0.1403	0.0456	3.0778
α_{23}	-0.0236	0.0285	-0.8261
α_{33}	0.0666	0.0259	2.5685
β_{11}	0.4608	0.2566	1.7956
β_{12}	0.0460	0.2824	0.1629
β_{22}	0.3000	0.4894	0.6130
γ_{12}	-0.0641	0.0531	-1.2057
δ_1	-0.9018	0.0379	-23.7991
δ_2	-0.9212	0.0395	-23.2923
δ_3	-1.2918	0.0681	-18.9645
δ_4	0.7524	0.0743	10.1268
δ_5	-0.8282	0.0580	-14.2802
σ^2	0.0488	0.0091	5.3349
Γ	0.9476	0.0116	81.7902
μ	0		
η	0		
LLF	501.0588		
LRA	344.6666		

注：LLF は最大化された対数尤度の値、

LRA は $H_0 : \Gamma = 0$ をテストする尤度比検定統計量の値。

表4 推定結果（モデル B：最尤法）

パラメータ	推定値	標準誤差	t 値
α_{00}	10.3632	0.0445	233.1195
α_{01}	0.3078	0.0353	8.7185
α_{02}	0.2348	0.0391	6.0097
α_{03}	0.1930	0.0280	6.8845
α_{12}	-0.0873	0.0241	-3.6187
α_{22}	0.1296	0.0455	2.8462
α_{23}	-0.0310	0.0275	-1.1289
α_{33}	0.0729	0.0254	2.8660
β_{11}	0.4279	0.2637	1.6227
β_{12}	-0.0739	0.2844	-0.2597
β_{22}	0.4531	0.4820	0.9401
γ_{12}	-0.0505	0.0550	-0.9173
δ_1	-0.9013	0.0390	-23.1068
δ_2	-0.9068	0.0414	-21.8788
δ_3	-1.2452	0.0658	-18.9107
δ_4	0.7692	0.0686	11.2121
δ_5	-0.8408	0.0635	-13.2435
σ^2	0.0210	0.0068	3.1088
Γ	0.8789	0.0395	22.2777
μ	0.1835	0.0607	3.0241
η	0		
LLF	502.9946		
LRB	348.5382		
LR μ	3.8716		

注：LLF は最大化された対数尤度の値、

LRB は $H_0: \mu = \Gamma = 0$ をテストする尤度比検定統計量の値、

LR μ は $H_0: \mu = 0$ をテストする尤度比検定統計量の値。

表5 推定結果（モデルC：最尤法）

パラメータ	推定値	標準誤差	t 値
α_{00}	10.3718	0.0322	322.0043
α_{01}	0.2980	0.0336	8.8592
α_{02}	0.2453	0.0362	6.7715
α_{03}	0.1952	0.0263	7.4193
α_{12}	-0.0755	0.0216	-3.4912
α_{22}	0.1034	0.0431	2.4015
α_{23}	-0.0169	0.0265	-0.6347
α_{33}	0.0614	0.0240	2.5514
β_{11}	0.6018	0.2424	2.4828
β_{12}	-0.1020	0.2813	-0.3628
β_{22}	0.7302	0.4669	1.5640
γ_{12}	-0.0554	0.0515	-1.0767
δ_1	-0.9060	0.0379	-23.8923
δ_2	-0.9172	0.0395	-23.2311
δ_3	-1.2277	0.0634	-19.3549
δ_4	0.7591	0.0664	11.4313
δ_5	-0.8674	0.0606	-14.3035
σ^2	0.0186	0.0053	3.5010
Γ	0.8725	0.0378	23.0837
μ	0.1682	0.0409	4.1128
η	0.0383	0.0084	4.5707
LLF	514.3508		
LRC	371.2505		
LR η	22.7124		

注：LLF は最大化された対数尤度の値、

LRC は $H_0 : \eta = \mu = \Gamma = 0$ をテストする尤度比検定統計量の値、

LR η は $H_0 : \eta = 0$ をテストする尤度比検定統計量の値。

表6 規模の経済性と範囲の経済性

	規模の経済性				範囲の経済性		
	全体	学部生	大学院生	研究	学部 －大学院	学部 －研究	大学院 －研究
モデル1	-0.324	-0.774	-0.884	-0.666	-0.072	0.017	-0.220
モデル2	-0.298	-0.719	-0.929	-0.650	-0.121	0.098	-0.228
モデルA	-0.258	-0.695	-0.755	-0.808	-0.030	0.058	-0.082
モデルB	-0.264	-0.692	-0.765	-0.807	-0.015	0.059	0.014
モデルC	-0.261	-0.702	-0.754	-0.804	-0.002	0.056	0.030

注:指数化された変数の基準時点における評価。

表7：国立大学の効率性指標（1）

順位	国立大学	平成16年度	平成17年度	平成18年度	平成19年度	平成20年度	平均
1	小樽商科大学	1.02521	1.02425	1.02332	1.02243	1.02158	1.02336
2	鹿屋体育大学	1.02630	1.02529	1.02432	1.02339	1.02250	1.02436
3	東京医科歯科大学	1.02649	1.02548	1.02451	1.02357	1.02267	1.02454
4	千葉大学	1.03359	1.03230	1.03106	1.02987	1.02873	1.03111
5	室蘭工業大学	1.03394	1.03264	1.03139	1.03019	1.02903	1.03144
6	奈良女子大学	1.03428	1.03296	1.03170	1.03048	1.02932	1.03175
7	富山大学	1.03568	1.03431	1.03300	1.03173	1.03052	1.03305
8	兵庫教育大学	1.05059	1.04864	1.04676	1.04495	1.04322	1.04683
9	旭川医科大学	1.05484	1.05272	1.05068	1.04872	1.04684	1.05076
10	愛媛大学	1.07651	1.07353	1.07066	1.06791	1.06527	1.07077
11	電気通信大学	1.08813	1.08467	1.08135	1.07817	1.07512	1.08149
12	山形大学	1.09429	1.09058	1.08703	1.08362	1.08034	1.08717
13	名古屋大学	1.09654	1.09274	1.08910	1.08560	1.08225	1.08925
14	和歌山大学	1.11570	1.11111	1.10671	1.10250	1.09846	1.10690
15	奈良教育大学	1.12221	1.11735	1.11269	1.10823	1.10395	1.11288
16	浜松医科大学	1.13290	1.12759	1.12250	1.11763	1.11296	1.12272
17	北海道大学	1.15116	1.14508	1.13926	1.13368	1.12834	1.13950
18	広島大学	1.15184	1.14573	1.13988	1.13428	1.12891	1.14013
19	岡山大学	1.15799	1.15162	1.14552	1.13968	1.13409	1.14578
20	九州工業大学	1.15868	1.15228	1.14615	1.14029	1.13467	1.14641
21	福岡教育大学	1.15981	1.15336	1.14719	1.14127	1.13561	1.14745
22	山口大学	1.16131	1.15480	1.14856	1.14259	1.13688	1.14883
23	京都大学	1.16272	1.15614	1.14985	1.14383	1.13806	1.15012
24	一橋大学	1.17696	1.16977	1.16289	1.15630	1.15001	1.16318
25	信州大学	1.17892	1.17164	1.16468	1.15802	1.15165	1.16498
26	名古屋工業大学	1.17934	1.17205	1.16507	1.15839	1.15200	1.16537
27	徳島大学	1.18566	1.17808	1.17084	1.16392	1.15729	1.17116
28	熊本大学	1.18705	1.17942	1.17212	1.16514	1.15846	1.17244
29	福島大学	1.18733	1.17969	1.17238	1.16539	1.15870	1.17270
30	宮城教育大学	1.19348	1.18557	1.17800	1.17076	1.16384	1.17833
31	東京外国語大学	1.19729	1.18920	1.18148	1.17409	1.16702	1.18182
32	金沢大学	1.19930	1.19113	1.18332	1.17585	1.16871	1.18366
33	新潟大学	1.19957	1.19139	1.18357	1.17609	1.16894	1.18391
34	三重大学	1.20406	1.19568	1.18767	1.18001	1.17269	1.18802
35	埼玉大学	1.20573	1.19727	1.18919	1.18147	1.17408	1.18955
36	大阪大学	1.21189	1.20316	1.19482	1.18685	1.17923	1.19519
37	佐賀大学	1.21224	1.20349	1.19514	1.18715	1.17952	1.19551
38	東京農工大学	1.21331	1.20451	1.19611	1.18809	1.18041	1.19649
39	筑波大学	1.21780	1.20881	1.20022	1.19201	1.18416	1.20060
40	長岡技術科学大学	1.22204	1.21285	1.20408	1.19570	1.18769	1.20447

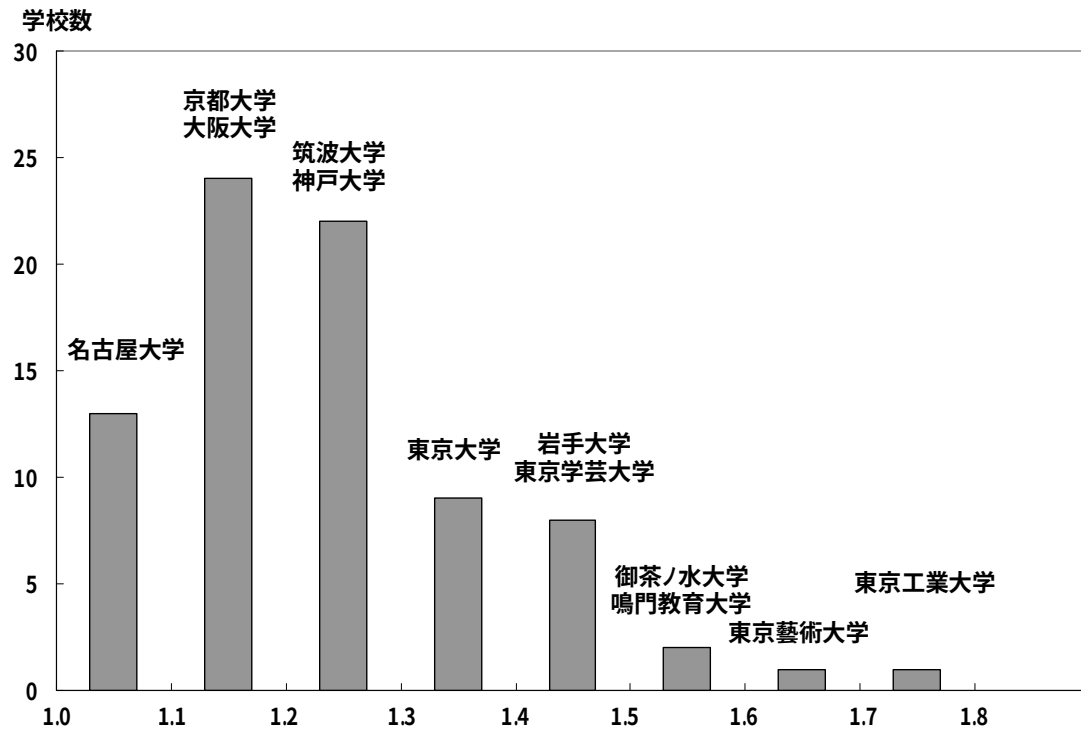
注：モデルCに基づく指標。

表8：国立大学の効率性指標（2）

順位	国立大学	平成16年度	平成17年度	平成18年度	平成19年度	平成20年度	平均
41	京都教育大学	1.22747	1.21805	1.20904	1.20044	1.19222	1.20945
42	鹿児島大学	1.22921	1.21970	1.21063	1.20196	1.19367	1.21103
43	福井大学	1.23319	1.22351	1.21426	1.20543	1.19699	1.21467
44	香川大学	1.24438	1.23420	1.22447	1.21518	1.20631	1.22491
45	京都工芸繊維大学	1.24626	1.23598	1.22618	1.21681	1.20787	1.22662
46	岐阜大学	1.25013	1.23968	1.22970	1.22018	1.21108	1.23015
47	島根大学	1.26501	1.25388	1.24325	1.23312	1.22344	1.24374
48	横浜国立大学	1.26719	1.25595	1.24524	1.23501	1.22525	1.24573
49	神戸大学	1.27703	1.26534	1.25419	1.24356	1.23341	1.25470
50	琉球大学	1.27719	1.26549	1.25434	1.24369	1.23354	1.25485
51	宇都宮大学	1.28666	1.27452	1.26295	1.25191	1.24138	1.26349
52	宮崎大学	1.28713	1.27497	1.26338	1.25233	1.24178	1.26392
53	東北大学	1.29194	1.27955	1.26775	1.25649	1.24575	1.26830
54	愛知教育大学	1.29398	1.28151	1.26961	1.25827	1.24745	1.27016
55	豊橋技術科学大学	1.29451	1.28201	1.27009	1.25872	1.24788	1.27064
56	弘前大学	1.30214	1.28928	1.27702	1.26533	1.25419	1.27759
57	高知大学	1.30917	1.29598	1.28341	1.27143	1.26000	1.28400
58	上越教育大学	1.31406	1.30063	1.28784	1.27565	1.26403	1.28844
59	長崎大学	1.31567	1.30217	1.28930	1.27705	1.26536	1.28991
60	鳥取大学	1.32276	1.30892	1.29574	1.28318	1.27121	1.29636
61	大分大学	1.33264	1.31833	1.30470	1.29172	1.27935	1.30535
62	群馬大学	1.33821	1.32363	1.30976	1.29654	1.28394	1.31042
63	九州大学	1.34585	1.33091	1.31668	1.30313	1.29023	1.31736
64	茨城大学	1.35040	1.33523	1.32080	1.30706	1.29397	1.32149
65	秋田大学	1.35693	1.34144	1.32671	1.31269	1.29933	1.32742
66	東京大学	1.35721	1.34171	1.32697	1.31293	1.29956	1.32768
67	滋賀医科大学	1.37335	1.35707	1.34159	1.32685	1.31282	1.34234
68	東京海洋大学	1.38359	1.36680	1.35084	1.33566	1.32121	1.35162
69	山梨大学	1.40548	1.38761	1.37063	1.35448	1.33912	1.37146
70	東京学芸大学	1.45304	1.43278	1.41354	1.39527	1.37791	1.41451
71	滋賀大学	1.47271	1.45144	1.43126	1.41210	1.39390	1.43228
72	大阪教育大学	1.49307	1.47074	1.44957	1.42948	1.41041	1.45065
73	北見工業大学	1.49330	1.47096	1.44978	1.42968	1.41060	1.45086
74	岩手大学	1.49347	1.47112	1.44993	1.42983	1.41074	1.45102
75	静岡大学	1.51461	1.49116	1.46894	1.44786	1.42786	1.47009
76	帯広畜産大学	1.52811	1.50395	1.48106	1.45936	1.43877	1.48225
77	北海道教育大学	1.53636	1.51176	1.48846	1.46638	1.44543	1.48968
78	お茶の水女子大学	1.59297	1.56534	1.53920	1.51446	1.49102	1.54060
79	鳴門教育大学	1.64481	1.61434	1.58554	1.55831	1.53255	1.58711
80	東京芸術大学	1.70016	1.66659	1.63490	1.60498	1.57670	1.63666
81	東京工業大学	1.87858	1.83459	1.79323	1.75431	1.71764	1.79567
	平均	1.26053	1.24923	1.23848	1.22825	1.21851	1.23900

注：モデルCに基づく指標。

図1：非効率性指標の分布



注：表 7,8 から作成。