

1-1

$$\textcircled{1} \frac{3}{3} = 1 \quad \textcircled{2} \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \textcircled{3} \frac{-4}{2} = -2$$

1-2

$$\textcircled{1} y = 2x \quad \textcircled{2} y = 2x^2 \quad \textcircled{3} y = 2x + 1 \quad \textcircled{4} y = -3x$$

比例は「 $y = ax$ 」の形であらわすことができる

$$\textcircled{1} \bigcirc \quad \textcircled{2} \times \quad \textcircled{3} \times \quad \textcircled{4} \bigcirc$$

1-3

- ① 2秒後 $\cdots y = 5 \times 2^2 \quad y = 20 \text{ (m)}$
5秒後 $\cdots y = 5 \times 5^2 \quad y = 125 \text{ (m)}$
- ② $125 - 20 = 105 \text{ (m)}$
- ③ $105 \div (5 - 2) = 35 \text{ (m/秒)}$
- ④ 4秒後 $\cdots y = 5 \times 4^2 \quad y = 80 \text{ (m)}$
 $(125 - 80) \div (5 - 4) = 45 \text{ (m/秒)}$
- ⑤ $v = 10 \times 5 \quad v = 50 \text{ (m/秒)}$

1-4

$y = 2x^2$ の x の値 1 から 3 まで増加するときの変化の割合は

$$\begin{aligned} \text{変化の割合} &= \frac{y \text{の増加量}}{x \text{の増加量}} \\ &= \frac{2 \times 3^2 - 2 \times 1^2}{3 - 1} = \frac{2 \times (3+1)(3-1)}{3-1} = 2 \times (3+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad y = 2x^2 \quad & 2 \times (3+1) = 8 \\ y = -x^2 \quad & -1 \times (3+1) = -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad y = 2x^2 \quad & 2 \times \{(-3) + (-1)\} = -8 \\ y = -x^2 \quad & -1 \times \{(-3) + (-1)\} = 4 \end{aligned}$$

1-5

1-4と同じ考え方を使用する

$$a\{3 + (-1)\} = 4$$

$$2a = 4$$

$$a = 2$$

1-6

1-4と同じ考え方を使用する

$y = ax^2$ で、 x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合

$$a(4 + 2) = 6a$$

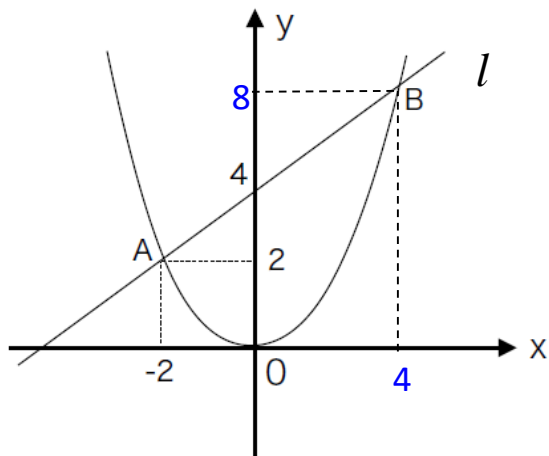
$y = -3x + 2$ の変化の割合は、どこで調べても -3

したがって、 $6a = -3$

$$a = -\frac{1}{2}$$

1-7

①



(1) 放物線はA(2, -2)を通るので、 $2 = a(-2)^2$
よって $a = \frac{1}{2}$ となる ($y = \frac{1}{2}x^2$)

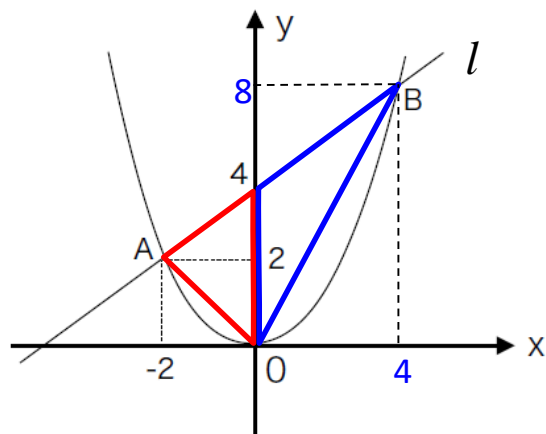
(2) 直線lはA(2, -2)と(0, 4)を通るので、
 $y = x + 4$
この2つの式を連立して解く

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 \\ y = x + 4 \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}x^2 = x + 4 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x + 2)(x - 4) = 0 \Leftrightarrow x = -2, 4$$

したがって、Bの座標は(4, 8)



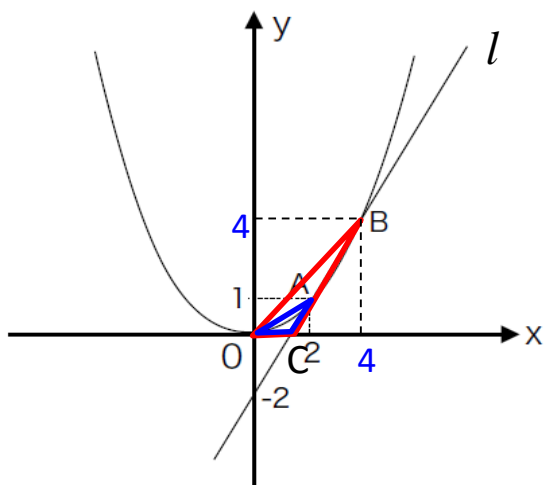
(3) $\triangle OAB$ は図のように分けると

$$\triangle 4 \times 2 \div 2 = 4$$

$$\triangle 4 \times 4 \div 2 = 8$$

合わせると $\triangle OAB = 12$

②



(1) 放物線はA(2, 1)を通るので、 $1 = a \times 2^2$
 よって $a = \frac{1}{4}$ となる ($y = \frac{1}{4}x^2$)

(2) 直線lはA(2, 1)と(0, -2)を通るので、

$$y = \frac{3}{2}x - 2$$

この2つの式を連立して解く

$$\begin{cases} y = \frac{1}{4}x^2 \\ y = \frac{3}{2}x - 2 \end{cases}$$

$$\frac{1}{4}x^2 = \frac{3}{2}x + 4 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$(x - 2)(x - 4) = 0 \Leftrightarrow x = 2, 4$$

したがって、Bの座標は(4, 4)

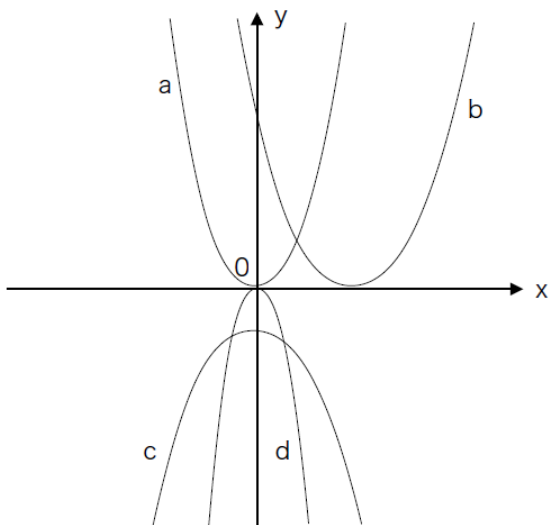
(3) $\triangle OAB$ は図のように $\triangle OBC - \triangle OCA$ で求められる。Cの座標は $(\frac{4}{3}, 0)$

$$\triangle \frac{4}{3} \times 4 \div 2 = \frac{8}{3} \quad \triangle \frac{4}{3} \times 1 \div 2 = \frac{2}{3}$$

$$\triangle OBC - \triangle OCA = \frac{8}{3} - \frac{2}{3} \quad \triangle OAB = 2$$

2-1

- ① ア $y = 2x^2$ イ $y = (x - 3)^2$ ウ $y = -3x^2$ エ $y = -x^2 - 2$



判別のポイント

- ア. 原点(0, 0)を通る
上に開いた形 a
- イ. 軸がずれている
上に開いた形 b
- ウ. 原点(0, 0)を通る
下に開いた形 d
- エ. 切片がずれている
下に開いた形 c

②

2次関数の変域のポイント

x の範囲が軸を含む場合は、最大値(または最小値)が軸の時の値になる

$y = 2x^2$ 、 $y = -x^2 - 1$ はいずれも軸が $x = 0$ のときで、それぞれ $y = 0$ 、 $y = -1$ である。

ア. $2 \leq y \leq 8$ 、 $-5 \leq y \leq -2$

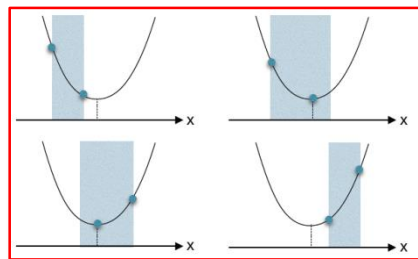
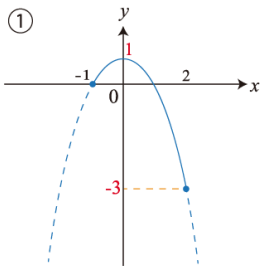
イ. $2 \leq y \leq 72$ 、 $-37 \leq y \leq -2$

ウ. $0 \leq y \leq 50$ 、 $-26 \leq y \leq -1$ ※ 軸と $x = 5$ が最大または最小になる

エ. $0 \leq y \leq 32$ 、 $-17 \leq x \leq -1$ ※ 軸と $x = -4$ が最大または最小になる

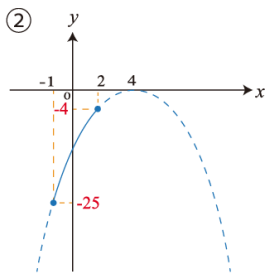
2-2

- ① 軸は $x = 0$
 最大値 1 ($x = 0$ のとき)
 最小値 -3 ($x = 2$ のとき)

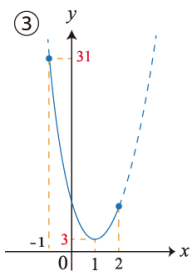


この形を意識してください。

- ② 軸は $x = 4$
 最大値 -4 ($x = 2$ のとき)
 最小値 -25 ($x = -1$ のとき)



- ③ 軸は $x = 1$
 最大値 31 ($x = -1$ のとき)
 最小値 3 ($x = 1$ のとき)



2-3

- ① 与えられた2次関数は、 x^2 の係数がマイナスなので、上に凸のグラフ
最大値は軸のところとなる。

$$y = -x^2 + 2kx = -(x - k)^2 \cdots$$

から、この2次関数の軸は $x = k$ であり、
 $x = 4$ のとき最大となるので、 $k = 4$

つまり、この2次関数は、 $y = -x^2 + 8x$ であり、 $x = 4$ のとき最大値をとる。
したがって、 y の最大値は、**16**

- ② 与えられた2次関数は、 x^2 の係数が不明だが、最小値があるのは、下に凸のグラフ
であり、最小値は軸のところとなる。
このことから $a > 0$ であることがわかる。

$$y = ax^2 - 2ax + 1 \leftrightarrow y = a(x - 1)^2 \cdots$$

からこの2次関数の軸は $x = 1$

つまり、 $x = 1$ のとき y は最小値 -2 をとるはずである。

したがって、 $y = ax^2 - 2ax + 1$ に $x = 1$ 、 $y = -2$ を代入して

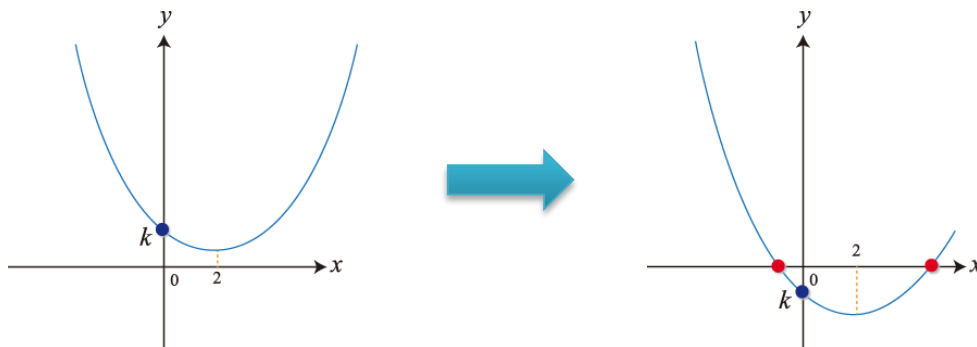
$$a - 2a + 1 = -2$$

$$-a + 1 = -2$$

$$a = 3$$

2-4

この2次関数の軸は $x = 2$ 、 y 軸との交点は $(0, k)$ であることからグラフを考える。
 下のグラフのように、正と負の実数解をひとつずつ持つ k は、 $k < 0$



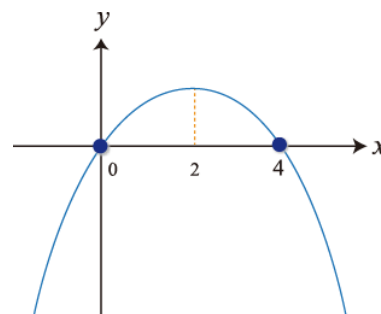
2-5

- ① x は時間なので、0秒以上。
 また、 y は高さなので0m以上でなければならないため、与えられた式が0になるときの x の値を求めることで、変域が分かる

$$y = 20x - 5x^2 \Leftrightarrow y = 5x(4 - x)$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ のとき、} y = 0 \text{ となる。}$$

つまり、ボールを投げ上げてから4秒後に初めの高さに戻ることになる。
 したがって x の変域は $0 \leq x \leq 4$



- ② y の値が最大になるのは、軸のときで、 $x = 2$ のとき
 このとき、 $y = 20$
 したがって、最大の高さは20m

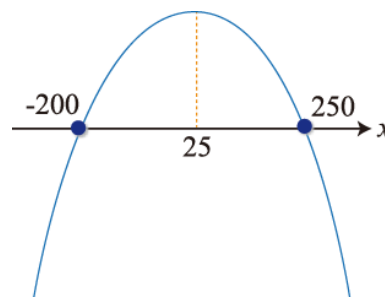
2-6

- ① もとの売上金は 200×500 円と表せるので、問題の条件を加味して
 $y = (200 + x)(500 - 2x)$

- ② ①より $y = (200 + x)(500 - 2x)$

売上金額が最大になるのは、軸のところとなるので、 $x = 25$ のとき

したがって、 $x = 25$ のとき、最大となるので、
 25円値上げした時が売上金額が最大となる。



3-1

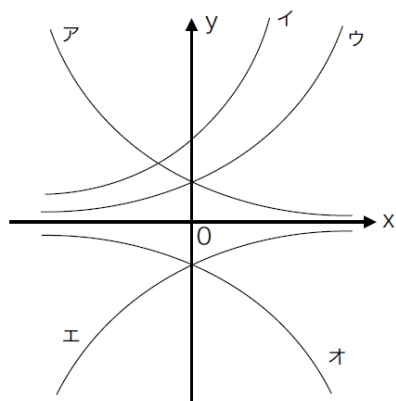
- ① 与式 = $2^{(3+2-4)} = 2^1 = 2$
- ② 与式 = $3^{(3+5-4)} = 3^4 = 81$
- ③ 与式 = $2^5 \times (2^2)^{-2} = 2^5 \times 2^{-4} = 2^1 = 2$
- ④ 与式 = $\left(-\frac{3^3}{4^3}\right)^{\frac{1}{3}} = -\frac{3}{4}$
- ⑤ 与式 = $\{(3^3)^2\}^{\frac{1}{3}} = 3^2 = 9$
- ⑥ 与式 = $(2^4 \cdot 3)^{\frac{1}{3}}(2^2 \cdot 3^2)^{\frac{1}{3}} = (2^6 \cdot 3^3)^{\frac{1}{3}} = 2^2 \cdot 3 = 12$
- ⑦ 与式 = $\{(2^6)^{\frac{1}{3}}\}^2 = 2^1 = 2$
- ⑧ 与式 = $(2^4)^{\frac{1}{4}} = 2^1 = 2$
- ⑨ 与式 = $\{(3^2)^{\frac{1}{6}}\}^3 = 3^1 = 3$

3-2

- ① 与式 = $(3^{-3})^{\frac{1}{5}}(3^{-2})^{\frac{1}{5}} = (3^{-3} \cdot 3^{-2})^{\frac{1}{5}} = (3^{-5})^{\frac{1}{5}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$
- ② 与式 = $\sqrt[3]{2^3 \cdot 3} + 2\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{-3^4} = 2\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[3]{3} - 3\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3}$
- ③ 与式 = $36^{-\frac{3}{2}} = (2^2 \cdot 3^2)^{-\frac{3}{2}} = 2^{-3} \cdot 3^{-3} = (2 \cdot 3)^{-3} = \frac{1}{216}$
- ④ 与式 = $(2^4)^{-\frac{3}{4}} = 2^{-3} = \frac{1}{8}$
- ⑤ 与式 = $\frac{a^{\frac{1}{2}}}{(a \cdot a^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}}} = \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}}} = a^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = a^{-\frac{1}{6}}$

3-3

- ① $y = 3^x$ ② $y = 3^{-x}$ ③ $y = 2 \cdot 3^x$ ④ $y = -3^x$ ⑤ $y = -3^{-x}$



①が基本の形になり、②は①とy軸に関して対称
 ④は①とx軸に関して対称になり、⑤はy軸に関して対称になる。
 ③のグラフは①のグラフの2倍の値をとる。

- ①のグラフは以上のことから **ウ**
- ②のグラフは **ア**
- ③のグラフは **イ**
- ④のグラフは **オ**
- ⑤のグラフは **エ**

3-4

$$\textcircled{1} \text{ 与式} \Leftrightarrow (2^x)^2 - 12 \times 2^x \times \frac{1}{2} + 8 = 0$$

$$(2^x)^2 - 6(2^x) + 8 = 0$$

$$\{(2^x) - 4\}\{(2^x) - 2\} = 0$$

$$2^x = 4, 2$$

$$x = 2, 1$$

$$\textcircled{2} \text{ 与式} \Leftrightarrow (3^x)^2 + 8 \times 3^x - 9 < 0$$

$$\{(3^x) - 1\}\{(3^x) + 9\} < 0$$

$$-9 < 3^x < 1$$

$$3^x > 0 \text{ より、} 0 < 3^x < 1$$

$$\text{したがって、} 3^x < 3^0$$

$$x < 0$$

3-5

- ① 与式 $= \log_3 3^2 = 2 \log_3 3 = 2$
- ② $0.5 = \frac{1}{2}$ なので、底を2にする。与式 $= \frac{\log_2 \frac{1}{2}}{\log_2 8} = \frac{\log_2 2^{-1}}{\log_2 2^3} = \frac{-1 \log_2 2}{3 \log_2 2} = -\frac{1}{3}$
- ③ 16も1024も2の累乗なので、底は2。
与式 $= \frac{\log_2 1024}{\log_2 16} = \frac{\log_2 2^{10}}{\log_2 2^4} = \frac{10 \log_2 2}{4 \log_2 2} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$
- ④ 与式 $= \log_3 9^{\frac{1}{3}} = \log_3 (3^2)^{\frac{1}{3}} = \log_3 3^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \log_3 3 = \frac{2}{3}$

3-6

- ① 与式 $= \log_2 2^2 \cdot 3 - \log_2 3 = \log_2 \frac{2^2 \cdot 3}{3} = \log_2 2^2 = 2$
- ② 与式 $= \log_{10} 2 + \log_{10} (3 \cdot 5)^{\frac{1}{2}} - \log_{10} \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{1}{2}} = \log_{10} \frac{2 \cdot (3 \cdot 5)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{1}{2}}}$
 $= \log_{10} 2 \cdot \left(\frac{3 \cdot 5 \cdot 5}{3}\right)^{\frac{1}{2}} = \log_{10} 2 \cdot (5^2)^{\frac{1}{2}} = \log_{10} 2 \cdot 5 = \log_{10} 10 = 1$
- ③ 与式 $= \left(2 \log_3 3 - \frac{\log_2 8}{\log_2 \frac{1}{2}}\right) \left(3 \log_5 5 + \frac{\log_7 49}{\log_7 \frac{1}{7}}\right) = \left(2 - \frac{3}{-1}\right) (3 - 2) = 5$

3-7

- ① 与式 $= \log_{10} 3 \cdot 100 = \log_{10} 3 + \log_{10} 10^2 = 0.4771 + 2 = 2.4771$
- ② 与式 $= \log_{10} 3 \cdot 5 \cdot 10 = \log_{10} 3 + \log_{10} \frac{10}{2} + \log_{10} 10$
 $= \log_{10} 3 + (\log_{10} 10 - \log_{10} 2) + \log_{10} 10$
 $= 0.4771 + 1 - 0.3010 + 1 = 2.1761$
- ③ 与式 $= \log_{10} (2^2 \cdot 3)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} (2 \log_{10} 2 + \log_{10} 3)$
 $= \frac{1}{3} (2 \times 0.3010 + 0.4771) = 0.3597$

$5 = \frac{10}{2}$ と、2と10で
あらわすことができる

3-8

- ① $y = \log_3 x$ ② $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ ③ $y = \log_3 9x$ ④ $y = \log_3 \frac{1}{x}$
 ⑤ $y = \log_3(x + 2)$ ⑥ $y = \log_3(-x)$ ⑦ $y = \log_3\left(-\frac{1}{x}\right)$

まず、基本となる $\log_3 x$ のグラフを確定する。

基本の形は① 近い形は③ $\log_3 9x = \log_3 9 + \log_3 x = 2 + \log_3 x$ で①よりも2ずつ大きいグラフとなる。

グラフ内で該当するのは、イとウ。常に値の小さいものはウなので、

①のグラフは **ウ**

③のグラフは **イ**

となる。

② $y = \log_{\frac{1}{3}} x = \frac{\log_3 x}{\log_3 \frac{1}{3}} = \frac{\log_3 x}{-1} = -\log_3 x$

なので、①をx軸に関して対称にしたもの **ア**

④ $y = \log_3 \frac{1}{x} = \log_3 x^{-1} = -\log_3 x$

となるので、②と同じになる **ア**

⑤ $y = \log_3(x + 2)$

は、①のグラフをx軸方向に-2移動させたもの

①は $y = 0$ のとき、 $x = 1$ 、⑤は $x = -1$ となる

よって、**カ**

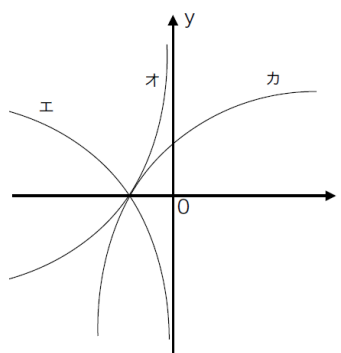
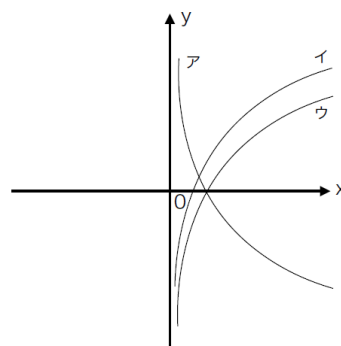
⑥ $y = \log_3(-x)$ は①とy軸に関して対称 **キ**

⑦ $y = \log_3\left(-\frac{1}{x}\right) = \log_3(-x^{-1})$

$= -\log_3(-x)$

となるので、⑥とx軸に関して対称、

①原点0に関して対称になる **オ**



3-10

大小を比較するために、底を揃える

① $3 \log_4 3 = \frac{3 \log_2 3}{\log_2 4} = \frac{3}{2} \log_2 3$ となるので、 $\frac{3}{2} \log_2 3 < 2 \log_2 3$

よって $3 \log_4 3 < 2 \log_2 3$

② $1.5 = \frac{3}{2} \log_2 2 = \log_2 2^{\frac{3}{2}} = \log_2 \sqrt{2^3} = \log_2 2\sqrt{2}$ とかける

したがって、 $2\sqrt{2}$ と 3 を比べる。

それぞれ2乗して $(2\sqrt{2})^2$ と 3^2 つまり、8 と 9なので、 $8 < 9$

よって、 $1.5 < \log_2 3$

3-11

① $\log_2 x = A$ とおくと

与式 $\leftrightarrow A^2 - A - 2 = 0 \leftrightarrow (A - 2)(A + 1) = 0$

したがって、 $A = 2, -1$

つまり、 $\log_2 x = 2, -1$ なので、 $x = 4, \frac{1}{2}$

② $2 \log_{\frac{1}{3}} x < \log_{\frac{1}{3}}(2x - 1)$

$\log_{\frac{1}{3}} x^2 < \log_{\frac{1}{3}}(2x - 1)$

$\frac{\log_3 x^2}{\log_3 \frac{1}{3}} < \frac{\log_3(2x-1)}{\log_3 \frac{1}{3}}$

$-\log_3 x^2 < -\log_3(2x - 1)$

$\frac{1}{3}$ は、3にしてしまおう

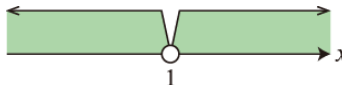
$\log_3 x^2 > \log_3(2x - 1)$

$x^2 > (2x - 1)$

$x^2 - 2x + 1 > 0$

$(x - 1)^2 > 0$

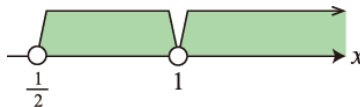
よって、 $x \neq 1$



ただし、真数条件から $x > 0$ かつ $2x - 1 > 0$

($\frac{1}{3}$ は何乗しても0や負にならない=真数条件という)なので、 $x > \frac{1}{2}$ となる。

以上より、 $\frac{1}{2} < x < 1, 1 < x$



4-1

微分計算のポイント

- (1) x^n を微分すると nx^{n-1} (2) 定数項は微分すると0
 (3) n は負の数でも同じ要領で微分できる。(ただし $x > 0$ の場合)

① 2 ② -15 ③ $6x - 4$ ④ $9x^2 - 4x + 4$ ⑤ $-3x^2 + 6x - 2$

⑥ 与式 $= x^{-1} + x^{\frac{1}{2}}$ なので、微分すると

$$-1x^{-2} + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = -x^{-2} + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$$

4-2

Bの計算方法で微分した後に、それぞれの値を代入する

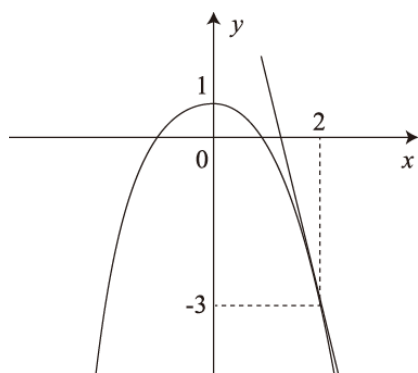
① $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$
 $\Rightarrow f'(-2) = 3 \cdot (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 1 = 12 + 8 + 1 = 21$

② $f'(x) = -6x^2 + 8x - 3$
 $\Rightarrow f'(-3) = -6 \cdot (-3)^2 + 8 \cdot (-3) - 3 = -54 - 24 - 3 = -81$

③ $f'(x) = 10x - 2$
 $\Rightarrow f'(2) = 10 \cdot 2 - 2 = 20 - 2 = 18$

④ $f'(x) = 3x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} + 4x^{-2}$
 $\Rightarrow f'(1) = 3 - 1 + 4 = 6$

4-3



- ① 接線の方程式を $y = ax + b$ とすると、 a は $f'(x) = -2x$ に $x = 2$ を代入して求められる。
 $a = -4$ となり、
 直線の式は、 $y = -4x + b$ と表せる。
 この直線が点 $(2, -3)$ を通るので、
 点の座標を代入し、 b を求める。
 $-3 = -8 + b \quad \therefore b = 5$
 よって求める式は $y = -4x + 5$

②以降も同様の手順で求める

- ② $y = x + 1$
 ③ $y = 7x + 6$
 ④ $y = -4x + 2$

4-4

- ① 求める接線の式を $y = ax + b$ とすると、この接線の傾きは

$$f'(x) = 3x^2 - 2 \text{ で表される}$$

傾きが10(これが a になる)の時の x の値を調べる

$$3x^2 - 2 = 10 \quad 3x^2 = 12 \quad x^2 = 4 \quad \text{よって、} x = \pm 2$$

つまり、接点は $(-2, -4)(2, 4)$ の2つの場合があるので、 $y = 10x + b$ に

それぞれ代入して、 $y = 10x + 16$, $y = 10x - 16$

- ② 求める接線の方程式は $y = 2x + b$ となる($y = 2x - 3$ に平行)

①と同様に、接点を調べる

$$f'(x) = 4x - 2 \text{ で } f'(x) = 2 \text{ となる } x \text{ を求める}$$

$$4x - 2 = 2 \quad 4x = 4 \quad \text{よって } x = 1 \quad \text{このとき } y = 3 \text{ となり、接点は}$$

$(1, 3)$ である。これを $y = 2x + b$ に代入して、 b を求める。

$$y = 2x + 1$$

5-1

$f'(x) = 0$ になるとき(傾きが0になるとき)の x を調べると

① $f'(x) = 6x^2 - 6x - 36$
 $f'(x) = 0$
 $\Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0$
 $\Leftrightarrow (x + 2)(x - 3) = 0$
 $\Leftrightarrow x = -2, 3$

x		-2		3	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		極大		極小	

極値が2つあり、グラフは全体的に右上がり。増減表は上の通りで、
 $x = -2$ のとき、極大値 **56** $x = 3$ のとき、極小値 $x = -69$

② $f'(x) = -3x^2 - 6x - 9$
 $f'(x) = -3(x + 1)^2 - 6 < 0$
 これは方程式に実数解はない。

$y = 0$ を満たす x は存在しないことがわかる。
 よって、極値はない

③ $f'(x) = 3x^2 + 6x - 24$

$f'(x) = 0$ となるのは
 $\Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0$
 $\Leftrightarrow (x + 4)(x - 2) = 0$
 $\Leftrightarrow x = -4, 2$

x		-4		2	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	極大	↘	極小	↗

極値が2つあり、グラフは全体的に右上がり。増減表は上の通りで、
 $x = -4$ のとき、極大値 **82** $x = 2$ のとき、極小値 $x = -26$

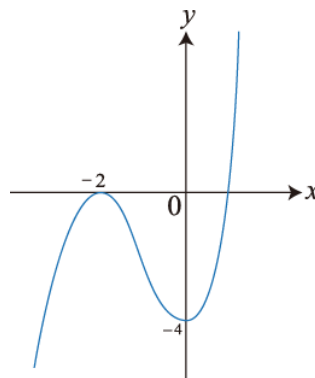
5-2

5-1 と同じように $f'(x) = 0$ になるとき (傾きが0になるとき) の x を調べる。
 切片は式にあるので注意

① $f'(x) = 3x^2 + 6x = 0$
 $f'(x) = 0$ を調べると
 $\Leftrightarrow 3x(x+2) = 0$
 $\Leftrightarrow x = -2, 0$

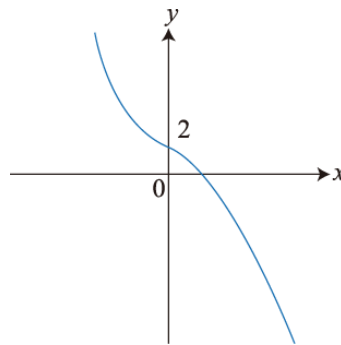
極値が2つあり、グラフは全体的に右上がり。
 増減表は下の通り

x		-2		0	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	\nearrow	極大	\searrow	極小	\nearrow



$x = -2$ のとき、極大値 0 $x = 0$ のとき、極小値 $x = -4$
 であるので、グラフは右の通り

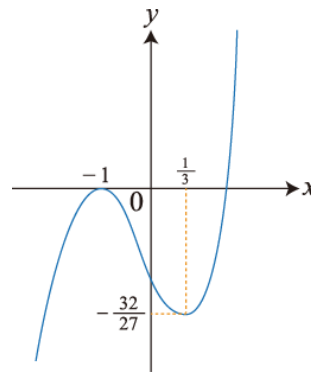
② $f'(x) = -3x^2 - 1 < 0$
 $f'(x)$ は単調減少



③ $f'(x) = 3x^2 + 2x - 1 = 0$
 $f'(x) = 0$
 $\Leftrightarrow (3x - 1)(x + 1) = 0$
 $\Leftrightarrow x = -1, \frac{1}{3}$

極値が2つあり、グラフは全体的に右上がり。
 増減表は下の通り

x		-1		$\frac{1}{3}$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		極大		極小	



$x = -1$ のとき、極大値 0 $x = \frac{1}{3}$ のとき、極小値 $x = -\frac{32}{27}$
 であるので、グラフは右の通り

5-3

直方体の体積 (V) は、上の図より、

$$V(x) = x(20 - 2x)^2 \quad (0 < x < 10) \text{ と表せる}$$

$$V(x) = 4x^3 - 80x^2 + 400x$$

$$V'(x) = 12x^2 - 160x + 400$$

$$V'(x) = 0 \text{ のとき}$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 40x + 100 = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x - 10)(x - 10) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10}{3}, 10$$

増減表は右の通りで、極大値をとるとき、このグラフの値が $0 < x < 10$ の範囲で最大となる。

よって、切り取る1辺の長さは $\frac{10}{3}$ cm

x		$\frac{10}{3}$		(10)
$f'(x)$	+	0	-	0
$f(x)$	↗	極大	↘	(極小)

5-4

問題文より、長方形ABCDの辺の長さは右の図のようになる。長方形の面積 S は

$$S(x) = 2x(1 - x^2) \quad (0 < x < 1)$$

$$S(x) = -2x^3 + 2x$$

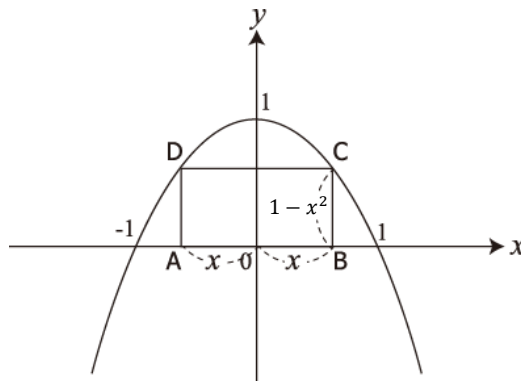
$$S'(x) = -6x^2 + 2$$

$$S'(x) = 0 \text{となるのは}$$

$$\Leftrightarrow -6x^2 + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6x^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$



$0 < x < 1$ より、増減表は右の通りで、極大値をとるとき、長方形の面積の値が最大となる。

$$S\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{4\sqrt{3}}{9}, \quad x = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

x	0		$\frac{\sqrt{3}}{3}$		1
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$		↗	極大	↘	

5-5

問題文の円すいは右の図の通り。

求める体積(V)は

$$V(x) = \frac{1}{3}\pi x^2(12 - x) \quad (0 < x < 12)$$

$$\Leftrightarrow V(x) = -\frac{\pi}{3}x^3 + 4\pi x^2$$

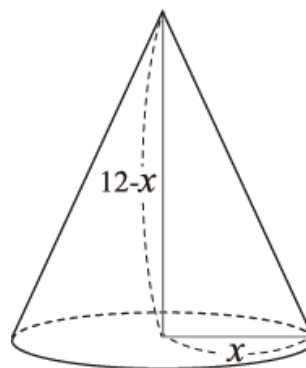
$$V'(x) = -\pi x^2 + 8\pi x$$

$$V'(x) = 0 \text{となるのは}$$

$$\Leftrightarrow -\pi x^2 + 8\pi x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 8) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0, 8$$



$0 < x < 12$ より、増減表は右の通りで、極大値をとるとき、円すいの体積が最大となる。

求める半径は8 cm、

円すいの体積は

$$V(8) = \frac{1}{3}\pi \cdot 64(12 - 8) = \frac{256}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

x	0		8		12
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$		↗	極大	↘	