経済学部生のための
数学補習講座

ー解答編ー

解答編

演習問題　・・・　2次関数　・・・　①

Ⅰ．２次関数とグラフ

【Ⅰ】$y = 2x^2 - 6x + 10 = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{11}{2}$　…①

であるから、

yの最小値は　$\frac{11}{2}$　（$x = \frac{3}{2}$　のとき）

yの最大値は　30　（$x = 5$　のとき）

よって値域は、

$\frac{11}{2} \leq y \leq 30$

解答編

演習問題　・・・　2次関数　・・・　①

Ｉ．２次関数とグラフ

【２】（Ｉ）①の式から、$A\left(\frac{3}{2},\frac{11}{2}\right)$

（２）平行移動後の頂点は、$\left(\frac{9}{2},\frac{7}{2}\right)$であるから、

$$y=2\left(x-\frac{9}{2}\right)^2+\frac{7}{2}=2x^2-18x+44$$

解答編

演習問題　・・・　2次関数　・・・　②

2．２次関数の値の変化

【３】（１）$y = 2x^2 - 6x + 10 = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{11}{2}$

であるから、

最小値：$\frac{11}{2}$　$\frac{11}{2}\left(x = \frac{3}{2}のとき\right)$

最大値：10　$10(x = 0のとき)$

（２）$y = -x^2 - 6x = -(x+3)^2 + 9$であるから、

最小値：　-7　（$x = 1$　のとき）

最大値：　8　（$x = -2$　のとき）

解答編

演習問題　・・・　2次関数　・・・②③

2．２次関数の値の変化

【4】$x^2 - mx + 1 = 0$

の左辺の判別式をDとすると、

$D = (-m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = m^2 - 4 = (m+2)(m-2) = 0$

より、

$m = \pm 2$

・$m = 2$のとき$x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 = 0$より$x = 1$

・$m = -2$のとき$x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2 = 0$より$x = -1$

【5】（１）$x^2 - 6x = x(x-6) < 0$　より、$0 < x < 6$

（２）$x^2 - 6x + 10 = (x-3)^2 + 1 > 0$　は、

xの値によらず成り立つ。

よって解は、全ての実数

解答編

演習問題　・・・　2次関数　・・・　④

3. 2次関数総合

【6】

① $y = (500 - 2x)(200 + x) = -2x^2 + 100x + 100000$

② $y = -2x^2 + 100x + 100000 = -2(x - 25)^2 + 101250$

であるから、$x = 25$　のときy は最大となる。

よって、１日の売上金額が最大になるのは、

25円値上げした時。

解答編

演習問題　・・・　数列　・・・①②

Ⅰ．等差数列と等比数列

【１】（１）$a_n = 2n - 1$　より、$a_1 = 1$　であるから、

$a_n = 1 + (n-1) \cdot 2$

よって、$a_1 = 1, \quad d = 2$

（２）（１）の式において、

$a_n = 1 + (n-1) \cdot 2 = 200$　とすると、

n　は自然数にならない。

よって、含まれない。

【２】$a_n = 15 + (n-1) \cdot (-2) = -2n + 17 < 0$ を解いて、

$n > \frac{17}{2}$　これを満たす最小の整数nは、

$n = 9$

よって、第9項

解答編

演習問題　・・・　数列　・・・②③

【3】第8項までの和が最大である。和は、

$$a_n = \frac{1}{2} \cdot (a_1 + a_8) \cdot 8 = \frac{1}{2} \cdot (15 + 1) \cdot 8 = 64$$

【4】等比数列の一般項は、$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$　と表すことができる。

$a_2 = a_1 \cdot r = 3$　…①

$a_4 = a_1 \cdot r^3 = 27$　…②

①÷②より、

$\frac{1}{r^2} = \frac{1}{9}$　よって、$r = -3, 3$　である。

・$r = -3$　のとき、

①から、$-3a_1 = 3$,　$a_1 = -1$,　$a_n = -(-3)^{n-1}$

・$r = 3$　のとき、

①から、$3a_1 = 3$,　$a_1 = 1$,　$a_n = 3^{n-1}$

解答編

演習問題　・・・　数列　・・・　③

【5】$S_n = a_1 \cdot \frac{1-r^n}{1-r}$　であるから、

・$r=-3$　のとき、$S_{10} = -1 \cdot \frac{1-(-3)^{10}}{1-(-3)} = -14762$

・$r=3$　のとき、$S_{10} = 1 \cdot \frac{1-3^{10}}{1-3} = 29524$

解答編

演習問題・・・指数関数と対数関数・・・①

１．指数関数

【１】（１）$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$

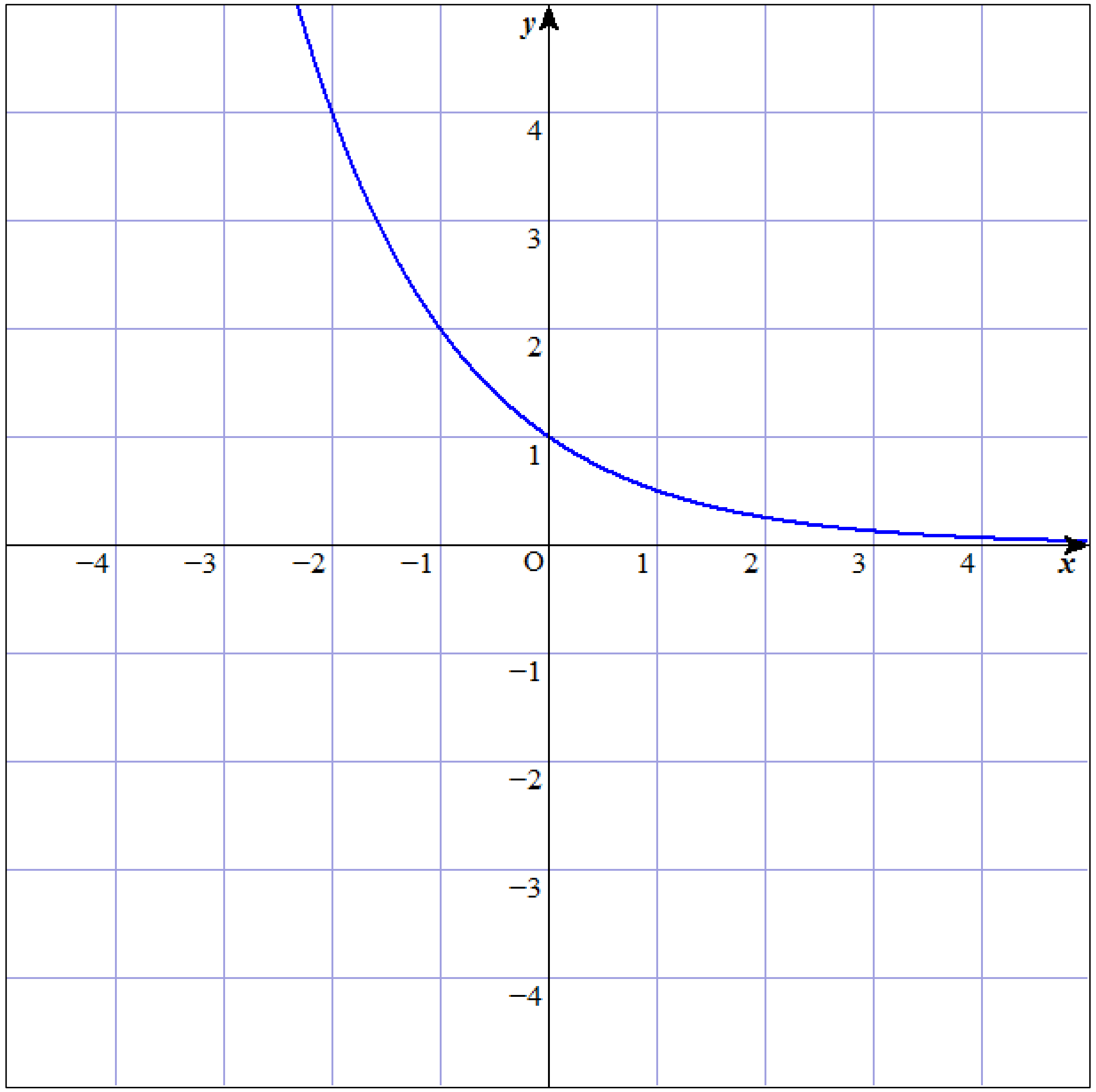
（２）$\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2 \cdot 4} = \sqrt[3]{2^3} = 2$

解答編

演習問題・・・指数関数と対数関数・・・①

Ⅰ．指数関数

【２】$y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}$　のグラフは、xの値が大きいほど小さくなる。



解答編

2．対数関数

【3】（1）$\log_4 64 = \log_4 4^3 = 3\log_4 4 = 3$

（2）$\frac{1}{2}\log_2 64 = \frac{1}{2}\log_2 2^6 = \frac{1}{2}\cdot 6\log_2 2 = 3$

【4】（1）$\log_3 9 + \log_3 27 = \log_3 3^2 + \log_3 3^3 = 2 + 3 = 5$

（2）$\log_3 (x+2)^2 = 2$より、

$(x+2)^2 = 3^2$であるから、

$x^2 + 4x - 5 = (x-1)(x+5) = 0$

$x = 1, -5$

解答編

演習問題・・・指数関数と対数関数・・・④

【5】

（１）問題文から、$S_1 = 100 \times 1.08 = 108$

$S_2 = (S_1 + 12) \times 1.08 = (108 + 12) \times 1.08 = 129.6$

（２）$S_{n+1} = (S_n + 12) \times 1.08 = 1.08S_n + 12.96$

（３）$S_{n+1} = 1.08S_n + 12.96$　…①

の両辺から同じ数（kとする）を引いたものが等比数列を成す …②

と仮定すると、$S_{n+1} - k = 1.08(S_n - k)$

とおくことができる。

これを展開して整理すると、$S_{n+1} = 1.08S_n - 0.08k$

これが①と一致するので、

$-0.08k = 12.96$

$k = -162$

解答編

演習問題・・・指数関数と対数関数・・・④

②とあわせると、

$$S_{n+1}+162=1.08(S_n+162)=1.08^2(S_{n-1}+162)=\cdots$$

$$=1.08^n(S_1+162)$$

$$S_n+162=1.08^{n-1}(108+162)=270\cdot1.08^{n-1}$$

よって、$S_n=270\cdot1.08^{n-1}-162$

(4) $\log_{10}1.08=\log_{10}\frac{108}{100}=\log_{10}\frac{2^2\cdot3^3}{10^2}=2\log_{10}2+3\log_{10}3-2$

$$=2\cdot0.3010+3\cdot0.4771-2=0.0333$$

解答編

演習問題・・・指数関数と対数関数・・・④

(5) **(3)**の答えから、$S_n = 270 \cdot 1.08^{n-1} - 162 > 513$

$1.08^{n-1} > \frac{513+162}{270} = \frac{675}{270} = \frac{5}{2}$

底を10とする対数をとって、

$(n-1)\log_{10} 1.08 > \log_{10}\frac{5}{2} = \log_{10}\frac{10}{4} = 1 - 2\log_{10}2$

(4) とあわせて、

$(n-1) \cdot 0.0333 > 1 - 2\log_{10}2$

$n > \frac{1-2\cdot 0.3010}{0.0333} + 1 = 12.9 \ldots$

よって、最小の自然数nは$n = 13$

解答編

演習問題　・・・　微分法・・・①②

Ⅰ．微分係数と導関数

【Ⅰ】・平均変化率

$$\frac{(3+h)^2-3^2}{(3+h)-3}=\frac{6h+h^2}{h}=6+h$$

・極限値

$$\lim_{h\to 0}(5-2h+h^2)=5-2\cdot 0+0^2=5$$

・微分係数

$$\lim_{h\to 0}\frac{2(3+h)^2-2\cdot 3^2}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{12h+2h^2}{h}=\lim_{h\to 0}(12+2h)=12$$

・導関数

$$\lim_{h\to 0}\frac{3(x+h)^2-3x^2}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{6hx+3h^2}{h}=\lim_{h\to 0}(6x+3h)=6x$$