経済学部生のための
数学補習講座

注意事項

『経済学部生のための数学補習講座』は同志社大学経済学部に所属する学生のための「数学補習講座」を映像化したものです。
「数学補習講座」は、「初級ミクロ経済学」並びに「経済数学」を履修するための基礎知識・修練のための講座です。受講予定の方で高校数学に不安のある方は、全編通してご視聴されることをお勧めします。

※テキスト及び講義内容は、実際の講座と同じものになりますが、説明の仕方及び内容の進め方などは異なる場合があります。

注意事項

本動画コンテンツに関する、著作権・肖像権等はすべて制作者である
株式会社岡本カンパニーが保有しています。
弊社の許諾を得ないコンテンツの複製・転載・上映・二次利用等は、
一切認めておりません。
万が一コンテンツの複製・転載・上映・二次利用等の無断利用を見か
けられた場合は、株式会社岡本カンパニーまでご連絡ください。

株式会社岡本カンパニー　E-mail：info@a-lecture.com

経済学部生のための
数学補習講座

Ｉ． ２次関数

Ⅰ．　２次関数

Ⅰ．２次関数とグラフ

【Ⅰ】　関数とグラフ

２次関数の一般形は

$y = ax^2 + bx + c$　…①

ただし、$a \neq 0$

で表される。

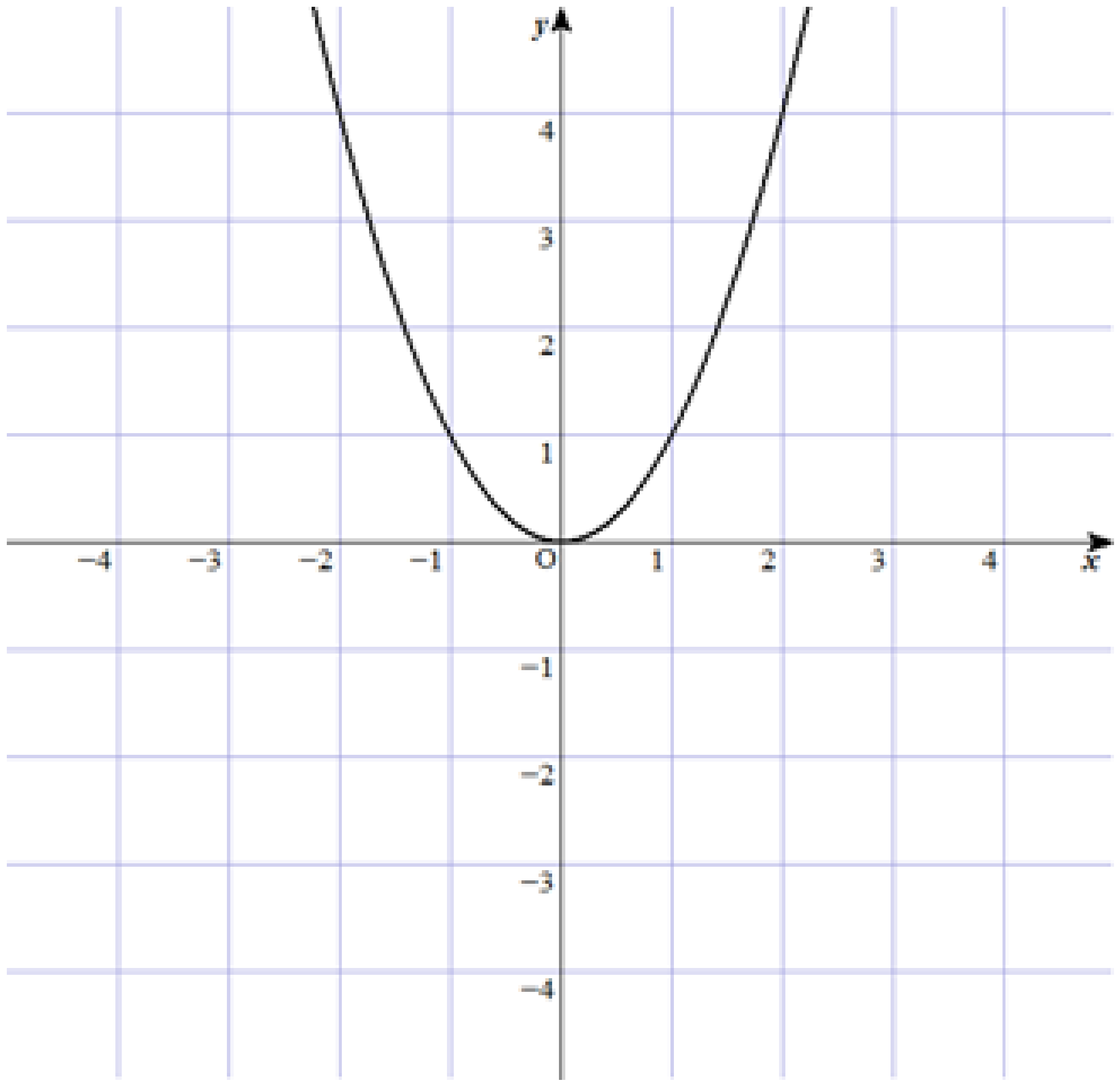
xの変域を定義域、

yの変域を値域という。

yがxの関数であるとき、

yを表すxの式を$f(x)$のよう

に書くことがある。



グラフの形はaだけで

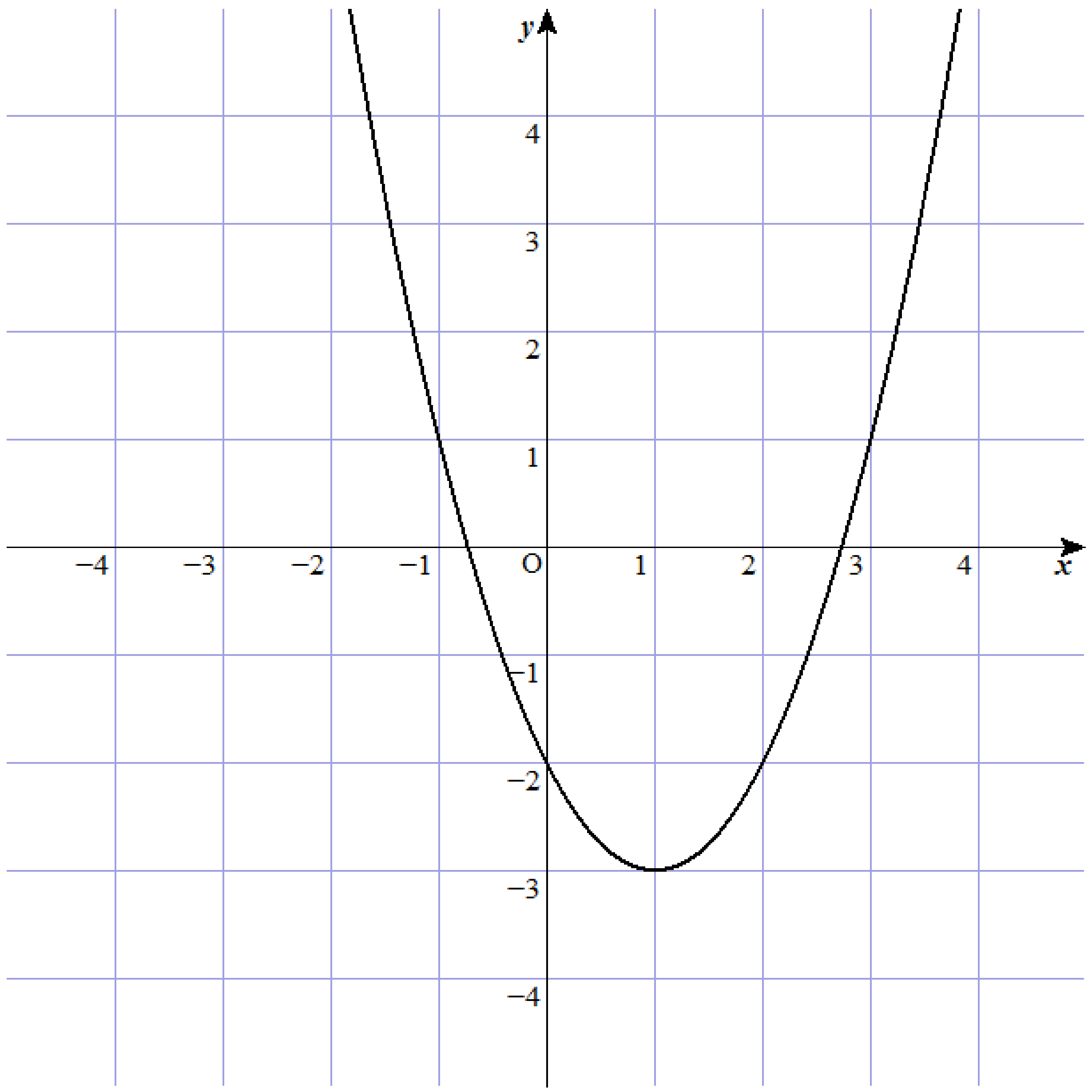
決まる。b, cは頂点の

位置を左右するだけで、

グラフの形には影響しない。

【２】２次関数のグラフと平行移動

２次関数のグラフの
平行移動について考える。
この一般形で表された
２次関数上の点(s,t)を、
x軸方向にp,y軸方向に
qだけ平行移動した点を
(x,y)とすると、
$(x,y)=(s+p,t+q) \leftrightarrow$
$(s,t)=(x-p,y-q)$
の関係が成り立つから①を
平行移動したグラフは、
$y-q=a(x-p)^2 \leftrightarrow$
$y=a(x-p)^2+q$
と表すことができる。



図は
$y=(x-1)^2-3$
のグラフ

２．２次関数の値の変化

以下、$a > 0$の場合について考える。

【３】２次関数の最大・最小

$y = a(x-p)^2 + q$は、頂点が(p, q)であるから、

$x = p$で

最小値 qをとる。

下に凸の２次関数では、定義域に制限がなければ

最大値は存在しない。

定義域が制限されている場合は軸から最も遠い点で

最大値をとる。

３．２次方程式と二次不等式

【4】２次方程式

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \cdots ②$$

の左辺は

$$ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

と変形できるから②は

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

と表すことができる

$b^2 - 4ac \geq 0$ のとき、

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

従って、以下の解の公式が得られる。

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

なお、$b^2 - 4ac$ の部分の値によって２次方程式の
実数解の個数を判別できるため、
$D = b^2 - 4ac$ のことを判別式という。

演習問題　・・・　2次関数　・・・　①

Ⅰ．２次関数とグラフ

【１】関数 $y=2x^2-6x+10\ (-1\leq x\leq 5)$ の値域を求めよ。

【２】２次関数 $y=2x^2-6x+10$ について、次の問いに答えよ。

（１）この放物線の頂点をAとするとき、Aの座標を求めよ。

（２）この放物線を、x軸方向に$+3$, y軸方向に-2だけ平行移動したとき、移動後の放物線の方程式を求めよ。

演習問題　・・・　2次関数　・・・　②

２．２次関数の値の変化

【３】次の関数の最大値、最小値を求めよ。

（１）$y = 2x^2 - 6x + 10\ (0 \leq x \leq 2)$

（２）$y = -x^2 - 6x\ (-2 \leq x \leq 1)$

【４】２次方程式 $x^2 - mx + 1 = 0$ が重解を持つとき、
定数mの値を求めよ。また、その時の重解を
求めよ。

演習問題　・・・　2次関数　・・・　③

【５】次の２次不等式を解け。
（ヒント：グラフを描くこと）

（１）$x^2 - 6x < 0$

（２）$x^2 - 6x + 10 > 0$

演習問題　・・・　2次関数　・・・　④

3. 2次関数総合

【6】1個200円で売っている商品がある。200円で売ると1日500個売れるが、売価を1円値上げするごとに、売上個数は2個ずつ減るという。この商品の売価をx円値上げした時の売上金額をy円とする。

① yをxの式で表しなさい。

② 1日の売上金額が最大になるのは、何円値上げした時か求めなさい。

経済学部生のための
数学補習講座

Ⅱ．　数列

Ⅱ　数列

Ⅰ．等差数列と等比数列

【１】数列と一般項

$1, 3, 5, 7, \cdots$のように数を一列に並べたものを数列といい、数列における各数を項、n番目の項を第n項、特に第1項を初項、最後の項を末項という。

【２】等差数列

数列$1, 3, 5, 7, \cdots$では、ある項とその次の項では、常に一定の2である。初項に一定の数dを足していって得られる数列を等差数列といい、その一定の数dを公差という。

【３】等差数列の一般項と和

初項がa_1、公差がdである等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は、

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

と表すことができる。

初項 a_1 から第n項 a_n までの和を S_n とすると、

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{1}{2} \cdot \{a_1 + a_1 + (n-1)d\} \cdot n$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \{2a_1 + (n-1)d\} \cdot n$$

が成り立つ。

【４】等比数列

数列$2, 4, 8, 16, \cdots$では、ある項とその次の項との比が常に一定の2である。初項に一定の数rを次々と掛けて得られる数列を等比数列といい、その一定の数 r を公比という。

【５】等比数列の一般項と和

初項が a_1、公差がrである等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は、

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

と表すことができる。

初項a_1から第項a_nまでの和をS_nとすると、

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1-r^n}{1-r} \quad (r \neq 1)$$

$$S_n = na_1 \ (r = 1)$$

２．いろいろな数列

【６】和の記号 $\sum$

$$\sum_{k=1}^{n} k = 1 + 2 + 3 + \cdots n$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots n^2$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots n^3$$

演習問題　・・・　数列　・・・　①

Ⅰ．等差数列と等比数列

【１】一般項が$a_n = 2n - 1$で表される数列$\{a_n\}$について、次の問いに答えよ。

（１）a_n を$a_n = a_1 + (n-1)d$ の形に表すとき、a, dの値を求めよ。

（２）200はこの数列の項に含まれるか。

演習問題　・・・　数列　・・・　②

【２】初項が15で、公差が-2である等差数列 $\{a_n\}$ がある。
第何項が初めて負の数になるか。

【３】上記【２】の等差数列について、初項から第何項までの和が最大であるか。また、その和を求めよ。

演習問題　・・・　数列　・・・　③

【４】第2項が3で、第4項が27である等比数列 $\{a_n\}$ がある。一般項を求めよ。ただし、公比は実数とする。

【５】上記【４】の等比数列について、初項から第10項までの和 を求めよ。

経済学部生のための
数学補習講座

Ⅲ．　指数関数と対数関数

Ⅲ　指数関数と対数関数

Ⅰ．指数関数

【Ⅰ】指数の拡張

・累乗根

$a > 0$ のとき

$$\sqrt[n]{a} > 0, \left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a, \sqrt[n]{a^n} = a$$

・累乗根の性質

$a > 0, b > 0$ で、m, n は正の整数

$$\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}, \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}, \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}, \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

・指数法則（指数が有理数）

$a > 0, b > 0$で、r, s は有理数

$$a^r \times a^s = a^{r+s}$$

$$\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$$

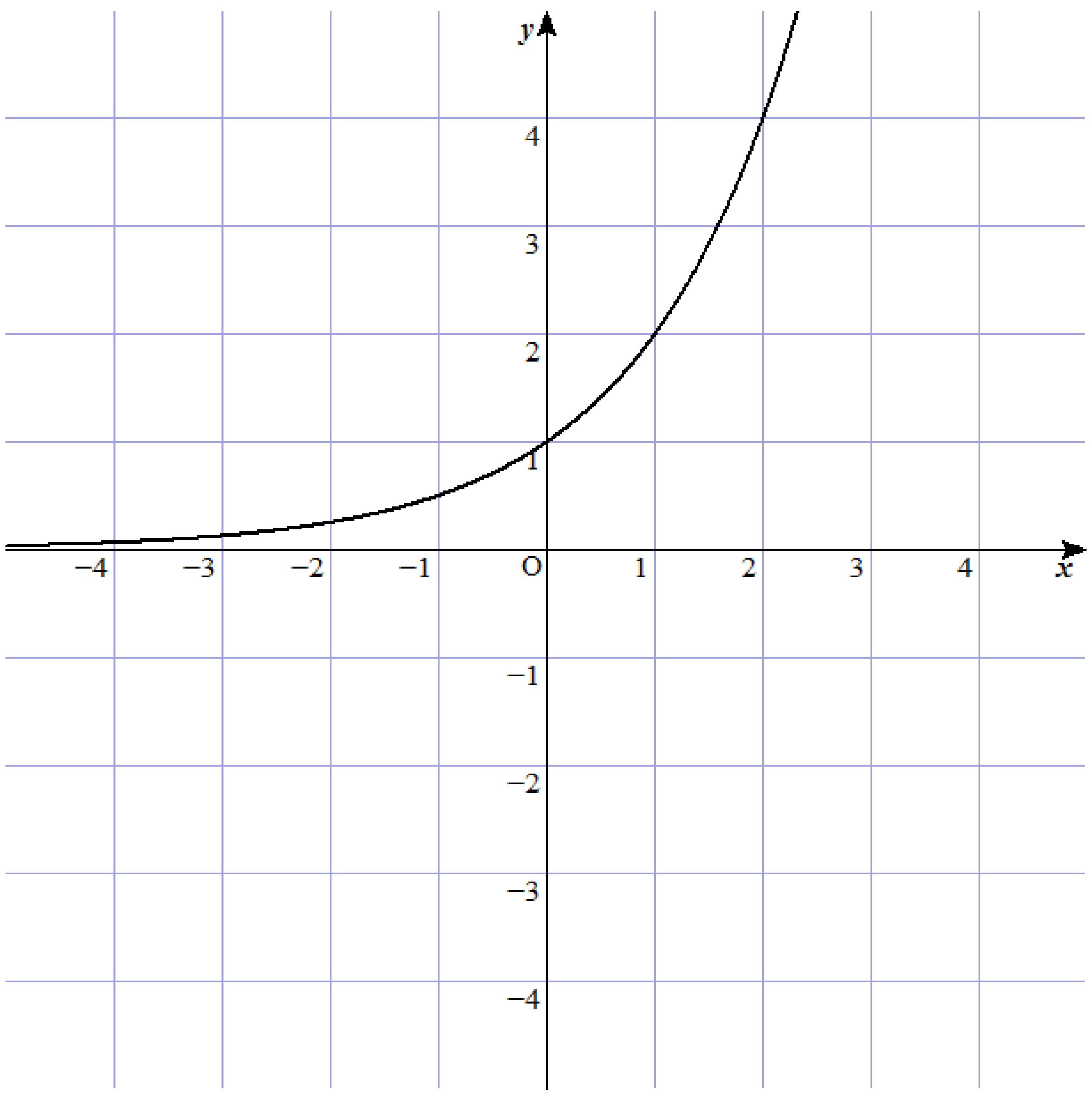
$$(a^r)^s = a^{rs}$$

$$(ab)^r = a^r b^r$$

【２】指数関数

$y = a^x \ (a > 1)$のグラフ

$y = 2^x$のグラフ



2．対数関数

【3】対数

指数関数 $y=3^x$ について、y は増加関数であるから、

x の一つの値に対して、y の値がただ一つ定まる。

$y=a^x \leftrightarrow log_a y=x$

のようにあらわし、

a を底（てい）、y を真数（しんすう）、$log_a y$ を対数

とよぶ。

$1=a^0, a=a^1 \leftrightarrow log_a 1=0, log_a a=1$

【４】対数の性質

$M > 0, N > 0, k$ は実数とする。

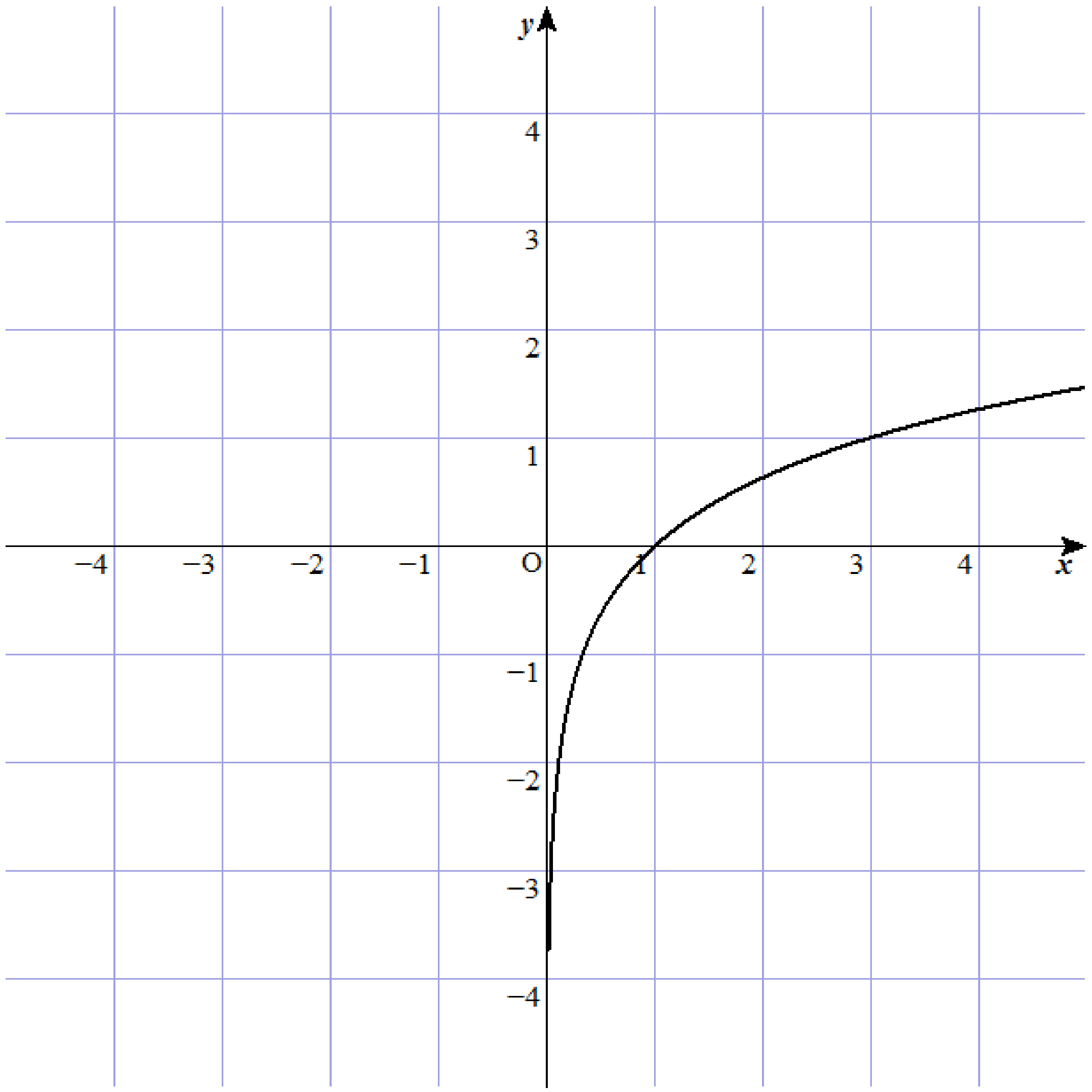
$$log_a MN = log_a M + log_a N$$

$$log_a \frac{M}{N} = log_a M - log_a N$$

$$log_a M^k = k\, log_a M$$

【５】対数関数

$y = log_3 x$は、$x = 3^y$と同じであるから、
以下のようなグラフになる。



【６】常用対数

底を10とする対数を常用対数という。

大きな数の桁数を考えるときに使われることが多い。

【７】自然対数（高校の数学Ⅱでは登場せず、数Ⅲで扱われている）

$$e = \lim_{h \to 0}(1 + h)^{\frac{1}{h}}$$

と定義する。これを底とする対数を自然対数という。

演習問題　・・・　指数関数と対数関数　・・・　①

１．指数関数

【１】次の式を計算せよ。

（１）$\sqrt[3]{27}$

（２）$\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{4}$

【２】次の関数のグラフを描け。

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

演習問題　・・・　指数関数と対数関数　・・・　②

２．対数関数

【３】次の式の値を求めよ。

（１）$log_4 64$

（２）$\frac{1}{2} log_2 64$

演習問題　・・・　指数関数と対数関数　・・・　③

【４】次の式を計算せよ。また、方程式を解け。

（１）$log_3 9 + log_3 27$

（２）$log_3 (x+2)^2 = 2$

演習問題　・・・　指数関数と対数関数　・・・　④

【5】1年目の初めに新規に100万円を預金し、2年目以降の毎年初めに12万円を預金する。ただし、毎年の終わりに、その時点での預金額の8%が利子として預金に加算される。自然数nに対して、n年目の終わりに利子が加算された後の預金額をS_n万円とする。
ただし、$log_{10} 2 = 0.3010, log_{10} 3 = 0.4771$とする。

(1) S_1, S_2をそれぞれ求めよ。
(2) S_{n+1}をS_nを用いて表せ。
(3) S_nをnを用いて表せ。
(4) $log_{10} 1.08$を求めよ。
(5) $S_n > 513$を満たす最小の自然数nを求めよ。

経済学部生のための
数学補習講座

Ⅳ．微分法

Ⅳ　微分法

Ⅰ．微分係数と導関数

【Ⅰ】平均変化率と微分係数、導関数

・平均変化率

$y=f(x)$においてx の値がa からb まで変化するとき、

$$\text{平均変化率}=\frac{y\text{の変化量}}{x\text{の変化量}}=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

で、これは、$A\big(a,f(a)\big)$と$B\big(b,f(b)\big)$を通る直線 AB の傾きを表している。

・極限値

いま、$h+3$という式があるとする。hが限りなく0に近づくとき、$h+3$ の極限値は3であるといい、記号limを用いて、

$$\lim_{h\to 0}(h+3)=3$$

というふうに書く。

・微分係数

関数 $f(x)$ の、$x=a$ から $x=a+h$ までの変化率

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

においてh が限りなく0に近づくとき、この平均変化率

が一定の値に近づくなら、その極限値を、

関数 $f(x)$ の $x=a$ における微分係数といい、$f'(a)$ で

表す。

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

なお、$f'(a)$は、点$(a,f(a))$ における接線の傾きを表している。

・導関数

関数 $f(x)$ 上の任意の点 $\left(a, f(a)\right)$ において $f'(a)$ を考えると、x の関数が得られる。この得られた関数を$f(x)$ の導関数といい、$f'(x)$ で表す。

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

・関数 $y = f(x)$ の 導関数を、$f'(x)$ や y' あるいは $\dfrac{dy}{dx}$ のように表す。

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

演習問題　・・・　微分法　・・・　①

Ⅰ．微分係数と導関数

【Ⅰ】平均変化率と微分係数、導関数

・平均変化率

２次関数 $y = x^2$ の、$x = 3$ から $x = 3 + h$ までの平均変化率を求めよ。

・極限値

次の極限値を求めよ。

$$\lim_{h \to 0}(5 - 2h + h^2)$$

演習問題　・・・　微分法　・・・　②

・微分係数

関数 $f(x) = 2x^2$ の、$x = 3$ における微分係数を求めよ。

・導関数

$y = 3x^2$ の導関数を求めよ。